

*Monte Compatri Tinello Borghese
10 Maggio 2008*

Atti della 2^a conferenza

Incontri tra **Arte Scienza**

*Caos e immaginazione nell'arte e nella scienza
a cura di Armando Guidoni*

Presidenti onorari:

*Fulvia de Finetti
Pierluigi Pinandello*

Moderatore:

Armando Guidoni

Comitato scientifico:

*Giordano Bruno
Silvia Coletti
Armando Guidoni
Luca Nicotra*

Comitato organizzativo:

*Giuliano Bambini
Mirco Buffi
Giuseppe Chiusano
Silvia Coletti
Armando Guidoni
Tarquinio Minotti*

Fotografie:

Tarquinio Minotti



Edizione e progetto grafico: Armando Guidoni

© Edizioni Controluce
TUTTI I DIRITTI RISERVATI
ISBN 978-88-95736-04-4

Editore Photo Club Controluce - Via Carlo Felici 18 - 00040 Monte Compatri
Sito Web: www.controluce.it - E-mail: redazione@controluce.it

Monte Compatri Tinello Borghese
10 Maggio 2008

Atti della 2^a conferenza

Incontri tra *Arte e Scienza*

Caos e immaginazione nell'arte e nella scienza
a cura di Armando Guidoni

Presidenti onorari:

Fulvia de Finetti e Pierluigi Pirandello

Moderatore:

Armando Guidoni

Comitato scientifico:

Giordano Bruno, Silvia Coletti, Armando Guidoni, Luca Nicotra

Comitato organizzativo:

Giuliano Bambini, Mirco Buffi, Giuseppe Chiusano, Silvia Coletti, Armando Guidoni, Tarquinio Mino tti

Fotografie:

Tarquinio Minotti





Monte Compatri e San Silvestro ↗

↘ La Sala del Tinello Borghese



Indice

Armando Guidoni		
<i>Presentazione</i>	pagina	7
Domenico Rotella		
<i>Introduzione</i>	pagina	9
Luca Nicotra		
<i>L'immaginazione creatrice nell'arte e nella scienza</i>	pagina	13
Giordano Bruno		
<i>Segni del caos: da Lucrezio a Pollock ... e ritorno!</i>	pagina	35
Franco Voltaggio		
<i>Osservazioni sul pensiero di Bernard Bolzano</i>		
<i>Un caso di serendipità (serendipity) matematica</i>	pagina	47
Gian-Italo Bischi		
<i>Caos deterministico,</i>		
<i>un ossimoro della matematica moderna</i>	pagina	65
Silvia Coletti		
<i>La funzione cognitiva dell'immaginazione:</i>		
<i>un nesso fra arte e conoscenza</i>	pagina	89
Giorgio Aterno		
<i>Caos e Ordine Giuridico</i>	pagina	101
Maria Grazia Dardanelli		
<i>Arte e Scienza a scuola:</i>		
<i>insegnare e trasmettere competenza</i>	pagina	109



Il moderatore Armando Guidoni e il sindaco di Monte Compatri Marco De Carolis

Presentazione

La rivista culturale Controluce, con la collaborazione del Comune di Monte Compatri e della Comunità Montana Castelli Romani e Prenestini, ha istituito una serie di conferenze dedicate al tema della convergenza tra Arte e Scienza come riflessione sul recupero attuale dello stretto rapporto che esiste fra le discipline artistiche e quelle scientifiche.

Non a caso, presidenti onorari dell'iniziativa sono Pierluigi Pirandello - nipote diretto del grande artista e drammaturgo - e Fulvia de Finetti - figlia del grande scienziato e matematico Bruno de Finetti -.

Nella prima conferenza, tenuta lo scorso 15 dicembre, il tema è stato "Dalla logica pirandelliana al relativismo di de Finetti". Il successo dell'iniziativa fu notevole.

L'argomento trattato da questa seconda conferenza è: Il caos e l'immaginazione nell'arte e nella scienza. L'associazione Photo Club Controluce che io presiedo, editore della rivista, ha organizzato l'evento invitando cultori dell'arte e della scienza i quali, insieme ai giornalisti, hanno trattato l'argomento prescelto.

Con tale manifestazione si intende coinvolgere il pubblico in un processo di crescita culturale ed intellettuale. La presenza contemporanea nella sala di scienziati e giornalisti ha offerto uno scenario divulgativo all'evento.

Ringrazio i nostri patrocinatori e sostenitori, i presidenti onorari e tutti i relatori che si sono alternati nel corso del pomeriggio.

Armando Guidoni



Domenico Rotella

Introduzione

Domenico Rotella

Giornalista pubblicista, saggista, autore letterario. Direttore responsabile di *Controluce* fin dalla sua fondazione (1991), è stato anche direttore di altri periodici di informazione locale e culturale.

Caos e immaginazione. Un tema profondo, vastissimo, ancestrale. Le connessioni, le varie e possibili sinergie tra questi due elementi - tanto semplici quanto enormi - saranno ben argomentate dagli illustri oratori oggi intervenuti, pertanto non voglio né posso anticipare nulla di ciò che verrà trattato tra poco. Mi limiterò dunque a qualche considerazione introduttiva molto semplice, da vero profano qual sono. Qualcuno dirà: "Ma come, lei che è giornalista si dichiara profano?". Certamente, e ad essi io rispondo che sarò pure giornalista ma non per questo sono un tuttologo, anche se fra i miei colleghi (specie televisivi) ce ne sono molti che pensano il contrario.

Ironia a parte, le mie considerazioni vogliono solo essere solamente quelle dell'uomo comune che si interroga. In effetti, nell'immaginario popolare il caos ha un valore talmente forte e anche dialetticamente efficace da assumere curiosamente dei significati diversi e spesso contrastanti. Da un lato esso è sinonimo di vuoto pneumatico, di assenza di materia; è il nulla cosmico per antonomasia. Dall'altro è esattamente l'opposto: è il tutto, è la materia informe e disordinata, anarchica, allo stato primigenio. E mentre le due accezioni sembrano fra loro del tutto inconciliabili, non è invece escluso che entrambe siano i due versanti d'una medesima verità. Nel nostro piccolo, anzi piccolissimo mondo quotidiano, però, il concetto di caos viene spesso ridotto a dimensioni invero modeste: è il traffico urbano, è la giungla delle leggi e dei regolamenti, è la società contemporanea con tutte le sue mode spesso stravaganti. Per me personalmente, invece, è anche il meraviglioso disordine ordinato che regna sulla mia scrivania, mentre l'immaginazione è lo sforzo che devo compiere per trovare le mie carte allorché mia moglie decide che quel caos deve essere infine ricondotto ad una realtà più rigorosa e simmetrica.

Ma a parte le battute, vorrei però cogliere un segno importante. Il caos, comunque lo si percepisca, non è mai disgiunto dalla immaginazione, e già la stessa coesistenza di accezioni così differenti - ancorché di basso profilo - sta lì a dimostrarlo. E' un tema così grandioso che da sempre attrae inevitabilmente l'attenzione su tutta la sua potenzialità, e non importa se esso serve indifferentemente da supporto alle pure chiacchiere tra amici o alle introspezioni degli scienziati e dei dotti. E' uno di quei macrosistemi o archetipi su cui si fonda l'intera nostra civiltà culturale, come ad esempio la fede, l'amore, o quant'altro.

Ora vorrei porgere due brevissimi e modesti spunti di riflessione. Se talvolta i temi

del caos e dell'immaginazione possono forse sembrare concetti inafferrabili, astratti, mi permetto di proporre un piccolo esempio da vero profano quale ho già proclamato di essere. Al di là delle tematiche di fede, la Bibbia resta il Libro dei Libri, quello che ci racconta fra l'altro la storia simbolica della Creazione. La Scrittura comincia con le parole "In principio", o altre secondo le lingue nazionali, o meglio ancora "Bereshit" in ebraico. L'espressione "in principio" segna perciò la cesura - ideale ma nel contempo anche visibile, sensoriale - che divide il caos dall'ordine del Creato, ecco allora che lo spazio bianco che precede la prima goccia di inchiostro tipografico può divenire ai nostri occhi l'immagine perfetta del caos primigenio, quel "tutto" dal quale ha avuto origine il mondo visibile quale noi lo percepiamo e che cerchiamo di rendere comprensibile proprio mediante l'immaginazione. Volendo ancora azzardare, è come il blocco di marmo - informe ma concreto - nel quale Michelangelo già "vedeva" o presagiva la scultura che ne avrebbe tratto. Seconda e ultima annotazione. Il caos rappresenta quindi, per certi versi, la giovinezza nel suo senso più ampio: dell'universo e della materia, della scienza e della conoscenza. Un verde stato edenico e primordiale, innocente, giovane appunto. E dove, se non in un contesto così fresco e sorgivo, l'immaginazione può dunque esprimersi ed esercitarsi in tutte le direzioni, al massimo livello?

Vorrei quindi concludere con le parole d'un grande poeta del Novecento, Vincenzo Cardarelli, un poeta delicato e intimista, dimenticato come troppi altri. Chissà che un semplice cantore di versi non abbia anche lui intuito, magari meglio di altri, qualcosa del grande mistero. Sono i versi finali d'una poesia dedicata ad una giovane e capricciosa adolescente, nella quale però il poeta intuisce tutta la forza propulsiva dell'età acerba: "Ama il tempo / lo scherzo che lo seconda / non il cauto volere che indugia. / Così la fanciullezza / fa ruzzolare il mondo / e il saggio non è che un fanciullo / che si duole d'essere cresciuto".



I Presidenti Onorari Pierluigi Pirandello e Fulvia de Finetti

*Luca Nicotra*

L'immaginazione creatrice nell'arte e nella scienza

Luca Nicotra

Ingegnere libero professionista, redattore e giornalista scientifico di *Controluce*. Ha svolto attività di ricerca, prima in ambito universitario e poi nell'industria della difesa, nel campo dei sistemi di guerra elettronica. È esperto di sistemi computerizzati per la progettazione e produzione meccanica. È autore di numerose pubblicazioni tecniche e da vari anni svolge anche un'intensa attività di pubblicità, occupandosi in particolare di divulgazione scientifica. Nel 2005, assieme a Fulvia de Finetti, ha ideato e realizzato il sito ufficiale dedicato al grande matematico, filosofo, statistico ed economista Bruno de Finetti. Nell'ottobre 2007, a Trieste, ha partecipato con una relazione sul relativismo nella scienza a ComunicareFisica2007, Conferenza-Workshop nazionale sulle tematiche e sulle metodologie della comunicazione della fisica e delle altre scienze. Nel novembre 2007 assieme a Fulvia de Finetti, come relatore invitato, ha tenuto la conferenza *La parte sconosciuta dell'iceberg de Finetti*, al Festival della Scienza di Genova.

Vorrei esordire con una citazione insolita per un contesto 'culturale', in quanto dovuta non ad un intellettuale bensì ad un nostro grande imprenditore, scomparso alcuni anni fa, Giovanni Agnelli: "La creatività è il piacere più grande. È il solo vero valore aggiunto della vita, capace di comprendere tutti gli altri.". Nulla di più vero! La creatività riguarda tutte quelle attività dell'uomo ove qualcosa di 'nuovo' si aggiunge o sostituisce al 'vecchio', e certamente se in molte attività è un 'valore aggiunto' che può dar lustro e piacere, ma non è necessario, nell'Arte e nella Scienza (e quindi anche nella Tecnica) è la condizione *sine qua* non sono possibili né la loro esistenza né il loro sviluppo.

Pensiero per 'immagini' e pensiero 'razionale'

Cosa significa creare, veramente l'uomo può creare? La risposta è no. Se 'creare' è partorire l'essere dal non-essere, compiere il prodigio della negazione del nulla, essa non è qualità dell'uomo ma di Dio. Dio crea, l'uomo genera, perché per l'uomo *ex nihilo nihil*. Dunque, riferiamo all'uomo il termine 'creare' impropriamente, al posto di 'generare'. Fatta questa doverosa precisazione, ci chiediamo: da dove nasce la creatività dell'uomo? Dal Caos? Da questa voragine (dal greco *cháos* = abisso) che non è il nulla ma, secondo le antiche cosmogonie, la mescolanza disordinata degli elementi primordiali del Cosmo (terra, acqua, aria, fuoco), quindi di qualcosa già esistente? Nasce dal disordine ed è veramente libera? La 'creatività' dell'uomo è generativa, non nasce dal disordine e non è totalmente libera, perché deriva dalla rottura di un insieme 'ordinato' di elementi 'già esistenti' nella nostra mente, per il desiderio, o bisogno inconscio, di ricostruire un nuovo 'ordine' in cui quegli elementi, o parte di essi, sono diversamente aggregati, agen-

do, in uno stato di semioscienza, sotto il 'condizionamento' delle nostre precedenti esperienze materiali ed emotive.

Questo processo, secondo Antonio Aliotta, è l'immaginazione creatrice ed è comune tanto all'Arte quanto alla Scienza, entrambe forme di conoscenza.

"Ogni nostra cognizione principia da sentimenti", sentenziava Leonardo da Vinci, che rappresenta l'esempio supremo di sintesi e simbiosi fra Arte e Scienza. Nell'opinione comune, invece, è assai diffusa l'idea che l'Arte nasce dalla fantasia mentre la Scienza nasce dalla ragione, condotta dalla ferrea mano invisibile della logica. Nulla di più falso. La ragione e la logica di per loro non producono nulla di sostanzialmente nuovo. Strana sorte tocca al regno dell'immaginazione che, riconosciuto la culla del genio scientifico da scienziati e filosofi, è dai comuni mortali relegato ad avere come sudditi esclusivi gli artisti! "La ragione non è nulla senza l'immaginazione" diceva Cartesio, e "ogni scoperta contiene un elemento irrazionale, o un'intuizione creativa", dirà molto più tardi un altro filosofo, Karl Popper. Un nostro grande matematico e filosofo, Federigo Enriques, ammoniva: "...il rigore logico nasconde in parte la genesi delle idee..."¹. Gianni Rodari nel suo libro *Grammatica della Fantasia*², riporta questa frase, tratta dai *Frammenti di Novalis (1772-1801)*: "Se avessimo anche una Fantastica, come una Logica, sarebbe scoperta l'arte di inventare". E John Dewey, in *Come pensiamo*, affermava: "Le storie immaginarie raccontate dai fanciulli possiedono tutti i gradi della coerenza interna... Queste costruzioni fantastiche precedono spesso un pensiero di tipo più rigorosamente coerente e gli preparano la strada." Potremmo, dunque, concludere che per imparare a 'pensare', occorre prima imparare a 'inventare', ma per inventare occorre la fantasia, che è pensare per immagini, arte già nota agli antichi egiziani, com'è testimoniato dalla loro stessa scrittura per geroglifici: "*prisca Aegyptiorum sapientia*", la chiamava Giordano Bruno. Modo di pensare che non doveva essere estraneo a molti filosofi antichi, come Socrate che - fa notare Umberto Galimberti - "filosofava a partire dal demone che dentro gli dettava in condizione di 'atopia' che non è epilessia, già nota ai tempi di Ippocrate, ma propriamente 'dis-locazione (a-topia)' rispetto al modo abituale di pensare". Questa 'divina follia', di cui lo stesso Platone parlava, riferendosi al pensare per immagini come distinto dal pensare per concetti, nel Rinascimento era praticata da molti scienziati-umanisti (Raimondo Lullo, Niccolò Cusano, Pico della Mirandola, Marsilio Ficino) attraverso tecniche mnemoniche, poi riprese da Giordano Bruno e poste alla base delle sue opere latine sulla mnemotecnica e sulla magia³, che Giovanni Gentile giudicò "non filosofiche perché ebbero in odio la logica, [...] ribadendo in tal modo il pregiudizio della modernità, secondo cui il pensiero o è logica o non è nulla."⁴.

Il 'pensiero per immagini', pur essendo sconosciuto - osserva acutamente Umberto Galimberti - "continua ad essere la fonte segreta del pensare", perché - diceva Albert Einstein - "le proposizioni puramente logiche sono vuote davanti la realtà". E di rincalzo Bruno de Finetti: "Ciò che è logico è esatto. Ma non ci dice nulla. Nessuna pretesa sarebbe altrettanto illogica che quella di ricavare qualcosa dalla logica: ap-

profondendo lo studio della logica è apparso sempre più chiaramente che essa è uno strumento e null'altro, che il ragionamento non può servire che ad esprimere sotto altro aspetto ciò che è stato presupposto" (de Finetti, 1937).

La conoscenza 'nuova', dunque, non è un parto della logica ma dell'immaginazione che è sia dell'artista sia dello scienziato, perché è la fantasia il 'brodo universale' da cui nascono sia le opere d'arte sia le opere di scienza.

Immaginazione creatrice e logica, pensiero per immagini e pensiero razionale sono due momenti del pensare che si susseguono a scale diverse dell'avventura umana, sia nella storia individuale sia in quella collettiva dell'uomo. La scoperta del singolo scienziato nasce dalla semioscurità dell'intuizione che è fatta d'immagini che diventano sempre più nitide alla luce della ragione. I grandi matematici dicono sempre di 'vedere' le soluzioni dei loro problemi. Bruno de Finetti in un prezioso volumetto intitolato *Il saper vedere in matematica* affermava che "la matematica richiede anzitutto immaginazione e interesse per vedere direttamente i problemi, e allora è istruttiva e anche divertente" (de Finetti, 1967). Federigo Enriques, discorrendo col suo allievo e amico Fabio Conforto, mentre passeggiava, ad un certo punto additò un cane esclamando: "Ebbene, io vedo quel teorema così come vedo ora quel cane!" (Frajese, 1964). Così anche nella storia della scienza è possibile individuare periodi caratterizzati da una ricca messe di nuove scoperte non rigorosamente ancora organizzate e frutto essenzialmente dell'intuizione, dell'immaginazione e spesso della serendipità, cioè del caso che "favorisce la mente preparata", come diceva Louis Pasteur; e altri periodi, invece, caratterizzati dalla riflessione critica, dalla sistemazione logica e razionale: creativo, fluido, quasi magico, marchiato dalla 'divina follia' il primo momento, riflessivo e cristallizzante il secondo. Potremmo dire, in altre parole, che la nascita delle scoperte avviene nel mondo dell'immaginazione, mentre la crescita (cioè il consolidamento) avviene in quello della ragione. La diade fantasia-ragione è ben nota ad ogni scienziato e tipo creativo, ma sono pochi gli scienziati che l'ammettono, perché, come coraggiosamente diceva Bruno de Finetti, "purtroppo, un falso pudore vieta di menzionare la parte del processo della scoperta che si svolge più o meno nella sfera dell'inconscio, o del subconscio, per esibire soltanto la dimostrazione fossilizzata nella sua forma scheletrica di logica freddamente deduttiva e formalistica" (de Finetti, 1974). Un altro sommo scienziato, piuttosto 'anticonformista' e ribelle, Galileo Galilei, ebbe l'ardire di sconfessare questo 'falso pudore' nientemeno che nella persona di Aristotele. Nella Prima Giornata del suo celeberrimo *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*, Galileo confuta, per bocca di Salviati, l'affermazione di Simplicio secondo la quale Aristotele avrebbe raggiunto un certo risultato con un ragionamento 'apriori' e poi fondandosi 'a posteriori' sui sensi. Controbatte Salviati: "Cotesto che voi dite, è il metodo col quale egli (Aristotele) ha scritta la sua dottrina, ma non credo già che e' sia quello col quale egli la investigò, perché io tengo per fermo ch'e' procurasse prima, per via de' sensi, dell'esperienze e delle osservazioni, di assicurarsi quanto fusse possibile della conclusione, e che doppo andasse ricercando i mezzi da

poterla dimostrare, perché così si fa per lo più nelle scienze dimostrative.” L'esposizione razionale di una scienza, solidificata con le rigide regole della logica in un prodotto compiuto e organico, ha caratteristiche molto diverse da quelle della stessa scienza nel suo 'farsi', nel suo essere scoperta, invenzione. Ben diceva Bruno de Finetti quando metteva in guardia contro la pretesa “che la prospettiva di chi ammira l'opera compiuta e se ne serve debba essere la stessa dell'artigiano che l'ha costruita e di coloro che vorranno e dovranno curarne la manutenzione o il completamento” (de Finetti, 1965). Purtroppo l'abitudine ad ammirare l'opera compiuta, tipica dell'insegnamento scolastico, ingenera l'idea falsa che la scienza sia unicamente un prodotto del pensiero razionale e la separa così dall'arte, ignorandone le comuni origini, che sono nel mondo dell'inconscio e della fantasia. Questo disconoscimento è uno dei motivi delle false opposizioni fra le cosiddette 'due culture'.

Immaginazione riproduttiva e immaginazione creatrice

Nel 1930, Antonio Aliotta, filosofo e psicologo sperimentale, constatava: “...l'attività fantastica [...] solo da poco è stata messa nel posto di onore che le conviene; prima era generalmente trascurata per il pregiudizio intellettualistico che ha comunemente dominato la pedagogia e che faceva del mondo un meccanismo che dovremmo limitarci a riflettere passivamente. Rispecchiare le cose il più fedelmente possibile, ecco l'ideale, ecco la verità. Tutto il resto si poneva nel regno delle illusioni. [...] Ma il nostro ufficio nel mondo è proprio quello, che l'intellettualismo sostiene, di riprodurlo senza metterci nulla di nostro? O non piuttosto noi siamo attivi collaboratori dello svolgersi della realtà?” L'immaginazione creatrice ci libera, secondo l'Aliotta, dal “falso presupposto che è la natura come un sistema compiuto di oggetti che ci pesi e ci costringa dall'esterno” e, invece, ci fa “cogliere nelle sue vive sorgenti quel processo onde scaturisce perennemente rinnovata la nostra rappresentazione del mondo” (Aliotta, 1930, pp.1-2). Ma cos'è l'immaginazione? Per il filosofo palermitano è di due tipi: riproduttiva (o memoria) e creatrice (o fantasia), passiva la prima, attiva la seconda.

L'immaginazione riproduttiva è quel processo mentale che ripropone gli elementi dell'esperienza passata negli stessi aggregati e nel medesimo ordine di successione o di coesistenza. L'immaginazione creatrice, invece, utilizzando la memoria riaggrega diversamente tutti, o in parte, quegli elementi, mutandone l'ordine, per modo che si presentano alla nostra mente nuovi gruppi che “non sono stati mai oggetto di percezione e non corrispondono a nulla di reale” o a nulla che finora è reale. Ciò che è nuovo è l'ordine e l'aggregazione degli elementi, non questi che non possono essere creati dal nulla (*ex nihilo nihil*).

La dissociazione psichica

Affinché si formino nella nostra mente i nuovi prodotti dell'immaginazione creatrice

è necessario, prima di tutto, che i blocchi della memoria che contengono gli elementi esperiti nel passato si disgreghino, per consentire la costruzione di nuovi blocchi, così come per costruire un nuovo edificio, laddove ne esiste uno vecchio, occorre demolire quest'ultimo, perché, non disponendo di nuovo materiale da costruzione, ci si deve ingegnare ad utilizzare il vecchio, selezionandolo dalle macerie, per dar forma ad una nuova architettura. "Ogni atto di creazione è, prima di tutto, un atto di distruzione", diceva Pablo Picasso. Non necessariamente tutte le esperienze del passato, raccolte nei nostri blocchi di memoria, sono riutilizzate per costruire nuovi aggregati, perché "il dissolversi del ricordo favorisce l'invenzione fantastica, come si vede nel formarsi delle leggende, man mano che si oscura la tradizione storica" (Aliotta, 1930, p. 9). Per creare qualcosa di nuovo occorre, dunque, ricordare, ma non tutto; per evolversi occorre in parte dimenticare e questo processo riguarda anche la "conservazione e innovazione" di noi uomini, come osserva Giulio Giorello: "Paradossalmente (ma solo in apparenza), questo divorare il passato è la condizione per cui posso continuare a dire di me stesso *io...*"⁵. Le diadi memoria-dimenticanza e distruzione-costruzione, che sono alla radice della creatività, sono nella coscienza di molti creativi. Lo scrittore Jorge Luis Borges affermava: "Il lavoro creativo è sospeso tra la memoria e l'oblio", e lo scrittore Andrej Longo: "Devi riuscire a vedere e a rubare ciò che hai visto. Il vero atto creativo è una specie di furto con destrezza". Nello stesso senso può essere intesa l'affermazione di Albert Einstein: "Il segreto della creatività è saper nascondere le proprie fonti".

Quali sono i processi psicologici che consentono il disgregarsi dei ricordi delle esperienze passate? La psicologia ne ha individuati molti, ma i principali sono l'interferenza delle associazioni, l'attenzione e il logorio del tempo.

L'*interferenza delle associazioni* consiste nel fatto che uno stesso elemento si trova associato ad altri elementi in gruppi diversi e per tale ragione si può prendere coscienza di quell'elemento come entità a se stante: "Se noi avessimo sentito solo il freddo toccando la neve, e li avessimo sempre percepiti insieme, freddo e neve nella nostra coscienza si unirebbero in un'associazione indissolubile" (Aliotta, 1930, p.10). Possiamo, invece, avere l'idea di freddo svincolata dall'idea di neve perché nelle nostre esperienze e nei nostri ricordi la sensazione di freddo si trova associata ad altri oggetti.

Questo meccanismo è quello che consente l'astrazione, che è il *modus cogitandi* tipico del matematico. Se alla mia mente si presentasse sempre e soltanto l'immagine di 'una' coppia di mele ('una' non articolo indeterminativo, ma numerale), l'idea del numero due coinciderebbe con 'quella coppia di mele'. Invece, si presentano alla mia mente anche coppie d'altre mele e coppie di piccioni, d'alberi, di quaderni, e così via, per cui riesco a dissociare l'idea del numero due dalla particolare coppia d'oggetti. Per astrazione riusciamo dunque ad isolare l'idea del numero due come la qualità comune a tutte le coppie. Certamente, si tratta di un'idea soltanto e non di una definizione vera e propria, né del numero due né più in generale del numero. Gottlob Frege, nel 1884, fu il primo a dare una definizione

molto precisa di numero cardinale (*Grundlagen der Arithmetik*)⁶, che può sembrare a prima vista piuttosto strana e in contrasto con quanto detto, perché il numero due, per esempio, è definito come l'insieme di tutte le coppie. Ma quali sono 'tutte' le coppie? Sono quelle che posso ottenere prendendone una particolare e aggregando ad essa 'tutti' quegli altri insiemi i cui elementi possono essere messi in corrispondenza biunivoca con quelli della coppia di partenza. Tanto per intenderci, considero una coppia di quaderni, poi un insieme di penne: se mentalmente posso associare a ciascun quaderno una penna soltanto e viceversa, è come se avessi legato fra loro con un filo immaginario 'ogni quaderno con una penna': ho creato una corrispondenza biunivoca, vale a dire univoca nei due sensi. Poi considero un altro insieme, e ripeto lo stesso procedimento. In questo modo, secondo la definizione di Frege, ottengo un aggregato d'insiemi 'equipotenti' o 'simili', cioè i cui elementi sono in corrispondenza biunivoca, che è il numero due. Sembrerebbe una definizione molto concreta che ha poco a che vedere con un meccanismo d'astrazione e quindi con l'immaginazione. In realtà, però, nella 'mia coscienza', la definizione di numero (cardinale) come insieme di classi simili non è 'attuale' ma 'potenziale': per quanto numerose possano essere le mie esperienze, non riuscirò mai a collezionare 'nei miei ricordi', e nella mia coscienza, tutte le coppie d'oggetti 'attualmente' esistenti e, anche se (per assurdo) ciò fosse possibile, rimarrebbero pur sempre fuori tutte quelle coppie d'oggetti non ancora realizzati materialmente o noti. Ai tempi di Frege non esisteva il transistor e quindi il numero due non poteva comprendere le 'coppie di transistor', senza peraltro che l'idea del numero due ne soffrisse minimamente. Dunque, perché possa concepire il numero due come la classe di 'tutte' le coppie, devo lasciare nella mia coscienza la porta aperta per accogliere altre possibili coppie e nessuno mi può dire quando questo processo d'accoglienza avrà termine. E cosa mi autorizza e predispone a queste future accoglienze, se non l'immaginazione con quel meccanismo d'interferenza delle associazioni in virtù del quale, nei miei ricordi, la corrispondenza biunivoca fra coppie vede interessare altri oggetti di tipo diverso e quindi si 'separa' dalla loro specificità, abituandomi e convincendomi a considerare possibile quella stessa corrispondenza biunivoca fra nuovi tipi d'oggetti non ancora realizzati o esperiti?

L'interferenza delle associazioni è in definitiva il ponte di collegamento fra 'multiconcreto' e 'astratto', che per de Finetti coincidono: "È futile metafisicheria chiedersi ad esempio 'in che cosa consista' il 'concetto di numero', o 'del numero 2' considerato come 'entità' a sé. Allo stesso modo (salvo un po' d'esagerazione) che le lettere 'd, u, e' non hanno un significato di per sé ma lo assumono usandole per formare la parola 'due', così anche il 'due', o 2, non ha neppur esso veramente un significato compiuto così da solo, ma lo ha in quanto è un termine utile per esprimere concetti un po' più concreti, come 2 cani, 2 metri, 2 viaggi" (de Finetti, 1966). L'attenzione è un'altra causa di disgregazione dei blocchi di memoria ed è la manifestazione della limitatezza della nostra attività psichica: non potendo cogliere e fissare coscientemente e simultaneamente tutti i particolari di una situazione com-

plexa, la disgreghiamo in frammenti, dei quali scegliamo e fissiamo nella nostra coscienza soltanto quelli che sono più significativi per i nostri fini.

Il *tempo*, poi, esercita un'inesorabile azione di logorio sulle immagini di questi frammenti: nuove situazioni e scene complesse sottoposte all'azione smembratrice dell'attenzione possono contenere frammenti simili a quelli di precedenti situazioni, con il risultato che il loro ripetersi li fissa maggiormente nella nostra coscienza a discapito di quei frammenti variabili che, non ripetendosi in altre situazioni, finiscono con l'essere fagocitati dall'oblio.

Le nuove sintesi

Gli elementi o immagini delle nostre esperienze passate, così disgregati, sono riaggregati dalla nostra immaginazione creatrice in nuovi gruppi, con vari meccanismi; il più vigoroso è la somiglianza, che, quando è debole, chiamiamo analogia, ed è uno dei motivi creatori più diffusi e potenti dell'immaginazione scientifica. Molte scoperte scientifiche si sono presentate come certezze psicologiche alla mente degli scienziati proprio per motivi d'analogia, che spesso diventa 'simmetria', soddisfacendo esigenze di gusto estetico simili a quelle che erroneamente si ritengono esclusive dell'artista. La Relatività Ristretta d'Einstein nacque dalla sua convinzione psicologica di un'analogia di comportamento fra le leggi della meccanica e quelle dell'elettromagnetismo e dell'ottica al variare del sistema di riferimento inerziale, che lo indusse ad estendere il principio di relatività classico di Galilei dalla meccanica ai fenomeni elettromagnetici e quindi ottici. La stessa aspirazione 'estetica' lo spinse poi ad estendere quell'analogia dai sistemi inerziali a quelli non inerziali, dando vita alla Teoria della Relatività Generale. Nell'analogia basta un carattere in comune fra oggetti, anche molto diversi, per associarli, fondendoli in un'unica immagine: per esempio, nella fantasia degli arborigeni australiani un libro diventa una 'folade', perché si apre e chiude come le valve della conchiglia di quel mollusco.

A volte l'associazione per analogia fra due immagini è indiretta, mediata da una terza immagine che poi viene oscurata alla coscienza, rendendo incomprensibile l'origine della nuova sintesi; la luna a forma di falce e una spada hanno in comune l'idea di qualcosa che è tagliente: è questo carattere comune che permette alla fantasia di utilizzare scambievolmente le due immagini della luna falcata e della spada, anche se poi si perde coscienza della falce, che ha saldato quell'associazione.

Assai spesso l'elemento intermedio è un sentimento, una sensazione e allora l'analogia mediata produce associazioni immaginative poetiche e musicali, molto frequenti nell'immaginazione creatrice di scrittori e musicisti. Così "il piffero intaglia merletti di suono" secondo Victor Hugo. L'analogia di sensazioni permetteva al musicista Robert Schumann, a soli otto anni, di scrivere ritratti musicali dei suoi compagni di scuola, in cui le note rispecchiavano a tal punto il loro carattere, che era possibile individuare a quali compagni erano dedicati. E ancora l'analogia di sensazioni permetteva ad altri musicisti, come Hector Berlioz con *Sinfonia Fanta-*

stica, e Richard Strauss con *I tiri burloni di Till Eulenspiegel*, *Morte e Trasfigurazione* e *Don Giovanni*, di cimentarsi con genialità in quel nuovo genere musicale che Franz Liszt battezzò col nome di 'poema sinfonico', ove la partitura musicale trasfigura in note le immagini, le allucinazioni, i ricordi affioranti dal subconscio del musicista, di cui un paesaggio o una vicenda umana sono soltanto gli stimoli, come le parole che lo psicoanalista propone al suo paziente per associarvi quelle altre parole che gli vengono immediatamente in mente, liberando così i contenuti repressi della sua psiche.

'Pampsichismo' e 'trasformazione' sono due forme d'analogia che possono dar vita a nuove sintesi.

La prima consiste nell'attribuire a tutte le cose comportamenti e sentimenti propri dell'uomo. I bambini nei loro giochi più creativi (non quelli al computer!) animano con la loro fantasia i loro giocattoli, li fanno parlare, li picchiano per punirli, quasi fossero esseri umani. Similmente, il pampsichismo è assai usato dai popoli primitivi nella creazione dei miti e delle religioni, dai poeti nelle loro poesie. La Luna del *Canto notturno d'un pastore errante dell'Asia*, nella fantasia del Leopardi, è personificata e nutre sentimenti al pari d'un essere umano:

"Ancor non sei tu paga
Di riandare i sempiterni calli?
Ancor non prendi a schivo, ancor sei vaga
Di mirar queste valli?"

e i fanali della vecchia locomotiva, nella fantasia di Giosuè Carducci, diventano esseri umani che

"s'inseguono accidiosi là dietro gli alberi
tra i rami stillanti di pioggia
sbadigliando la luce su 'l fango!'"⁷

La trasformazione, invece, è quella forma di analogia che fa trasfigurare un oggetto in un altro. Una nuvola, a seconda delle sembianze che assume ai nostri occhi in concomitanza con il nostro stato d'animo, per trasformazione, può diventare una montagna, un batuffolo di cotone, un drago nella nostra fantasia. Gli antichi, per trasformazione, vedevano nelle costellazioni dello Zodiaco animali (Leone), cose (Bilancia) e figure umane (Sagittario).

La capacità di creare nuove sintesi dall'analisi dei nostri blocchi di memoria fa parte dell'attività psichica di tutti gli uomini. La creatività, in tal senso, è di tutti gli uomini, ma è massima nel genio, artistico o scientifico, perché questi ha il dono e il privilegio di saper vedere le analogie che gli uomini comuni non sanno cogliere. Non è un caso che molti geni scientifici siano soliti ripetere: "È ovvio" quasi vedessero ciò che invece gli altri non vedono.

L'immaginazione artistica e scientifica

Luigi Pirandello, nel suo saggio *Arte e Scienza* del 1908, ricuciva il legame troppo spesso lacerato fra l'immaginazione artistica e scientifica affermando: "L'arte, non c'è dubbio, non muove da un'idea astratta, non deduce mediante il ragionamento le immagini che a quest'idea astratta possano servir da simbolo. [...] Ma si deve dir forse con questo che l'intelletto non ha nulla da far con l'arte? L'idea non può essere assente dall'opera d'arte, ma dev'esser sempre, tutt'intera in quell'emozione feconda, ond'è creata.

Erro dunque se per mezzo del ragionamento, cioè logicamente, la realizzo in arte; non erro più però se la realizzo per mezzo della fantasia.

Funzioni o potenze antitetiche, insomma, son fantasia e logica, non fantasia e intelletto: antitetiche, ma non così nettamente separate e distinte da non aver reciproca azione tra loro. Tanto è vero che ogni opera di scienza è scienza e arte, come ogni opera d'arte è arte e scienza. Solo, come spontanea è l'arte nella scienza, così spontanea è la scienza nell'arte.

Già l'ispirazione, che è il movente iniziale della fantasia, è istintivamente ed essenzialmente logica così nell'arte come nella scienza."

Quali sono, in concreto, le caratteristiche comuni alla creatività artistica e scientifica? Il disinteresse, inteso come approccio non utilitaristico, è senz'altro una caratteristica tanto dell'attività artistica quanto della ricerca scientifica, quella che oggi si chiama ricerca di base. A caratterizzare il fine di pura conoscenza della scienza, affermatosi presso gli antichi greci, rimane sempre significativo l'aneddoto secondo cui Euclide, avendogli un suo allievo chiesto quale utilità avesse la geometria, sdegnato, avrebbe ordinato al suo servo di dare al giovane una moneta, poichè aveva bisogno di trarre guadagno da ciò che imparava!

Talvolta si dice che la libertà è un'altra qualità comune all'Arte e alla Scienza. A questo proposito farei almeno qualche distinzione.

Se ci si riferisce all'impresa artistica e all'impresa scientifica, è difficile parlare di libertà. Oggi, come ieri, il mercato con le sue regole e il potere politico condizionano Arte e Scienza, che non sono state mai avulse dal contesto socio-economico e geo-politico.

Se, invece, s'intende riferirsi alla creatività del singolo artista o scienziato, certamente si può parlare di libertà intesa come mancanza d'esplicite coercizioni al concepimento dell'atto creativo, che, in quanto generato nel subconscio, non potrebbe sottostare ad imposizioni esterne volontarie. Tuttavia, è condizionato da elementi affioranti dal subconscio e dalla nostra particolare natura. Anche la gestazione dell'atto creativo nella sfera della coscienza non è libera e anzi, di tale mancanza di libertà, paradossalmente, se n'avvantaggia. Diceva Bruno de Finetti discutendo con Pierluigi Nervi a proposito di *Forme estetiche e leggi* (de Finetti, 1966₂):

"Nei riguardi di chi crea un oggetto, io penso che proprio il fatto di essere condizionato nelle sue scelte (di forma, di materiale, ecc.) favorisce anziché ostacolare la possibilità di trovare forme e soluzioni nuove e belle. Chi si trovasse nella situa-

zione - a prima vista ideale - di poter scegliere senza alcuna limitazione o difficoltà o condizionamento ciò che ritiene più bello, probabilmente non giungerebbe neppure ad immaginare, nel campo sterminato di soluzioni a sua disposizione, se non le più banalmente semplici o alcune artificiosamente e ingiustificabilmente complicate.

In questo senso io ritengo costituisca un aiuto alla fantasia l'essere indirizzati in certe direzioni obbligatorie, perché lì incontreremo o intravedremo molte possibilità nuove, tra cui alcune o molte ci appariranno anche belle, mentre altrimenti la mente e la fantasia non ce ne avrebbero neppure fatto sospettare l'esistenza. Questo stesso concetto ho espresso da tempo con riferimento alla fantasia in matematica, che ha tante possibilità di arricchirsi e svilupparsi proprio per il condizionamento alle ferree esigenze della logica e a quelle pressanti delle applicazioni.". Questo pensiero definettiano sui condizionamenti della logica sulla fantasia sembra accordarsi perfettamente con quello pirandelliano: "Già l'ispirazione, che è il movente iniziale della fantasia, è istintivamente ed essenzialmente logica.". Dunque, le stesse realizzazioni della tecnica possono stimolare la fantasia, ricambiando il favore da questa ricevuto all'atto della loro ideazione.

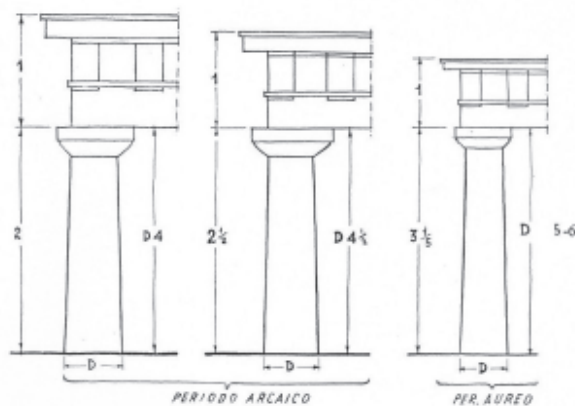
Un altro elemento comune all'immaginazione artistica e scientifica è l'astrazione. L'artista sublima le sue esperienze particolari in forme espressive che non coincidono con le singole esperienze reali, ma le trascendono e comprendono (un vero quadro non è mai la riproduzione fedele della realtà), così come il matematico astrae le idee matematiche da una molteplicità di casi reali che esse trascendono ma anche comprendono (l'astratto è il multiconcreto, ammoniva de Finetti).

Ma, volendo fare la parte del diavolo, senza indulgere ad alcuna retorica, quanta arte è veramente nella scienza e viceversa quanta scienza è nell'arte?

“...come spontanea è l'arte nella scienza, così spontanea è la scienza nell'arte”

La musica contiene al suo interno una struttura matematica irrinunciabile: le note sono suoni le cui frequenze stanno fra loro in rapporti ben definiti all'interno di un'ottava⁸ e il rapporto delle frequenze di due stesse note di due ottave consecutive è 2. Pitagora, nel VI secolo a. C., aveva scoperto la relazione che esiste fra le lunghezze delle corde di uno strumento musicale e le altezze (e quindi le frequenze) dei suoni emessi. Il pitagorico Archita da Taranto nel secolo V a.C. chiamava 'proporzione armonica' fra tre numeri la proporzione cui davano luogo le lunghezze delle corde che emettono le note 'do, mi, sol'⁹. Questo intimo legame fra musica e matematica era già noto nell'antichità, tanto che nel Rinascimento la musica faceva parte del Quadrivio assieme a geometria, aritmetica e astronomia. Alcuni matematici, ma anche artisti, si sono cimentati nella ricerca di 'orme' di scienza, e in particolare di matematica, nella pittura, scultura, architettura, musica, letteratura e poesia in particolare.

In architettura sono facilmente ravvisabili tracce ben precise di matematica. Fin dall'Antichità gli architetti progettavano i templi assegnando proporzioni ben



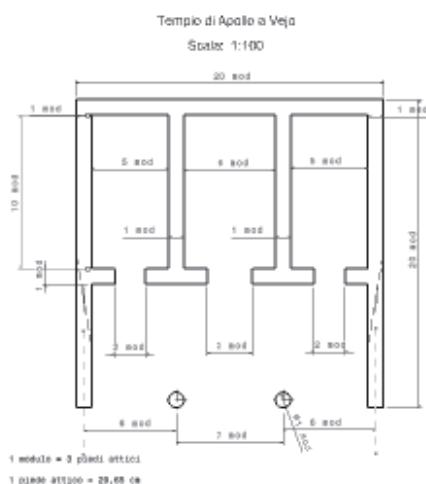
zando quindi una figura più snella e armoniosa. Secondo il *De Architectura* (25-23 a.C.) di Vitruvio Pollione tale rapporto era pari a quello fra l'altezza di un uomo e la lunghezza del suo piede, coll'intento di riprodurre nelle costruzioni le proporzioni del corpo umano, giudicate armoniose. Gli Etruschi non erano da meno. Il tempio a tre celle *in antis* di Apollo a Portonaccio, ritrovato¹⁰ nel 1916 negli scavi dell'antica Vejo, alle porte di Roma, ha una struttura interamente fondata su un modulo, costituito da tre piedi attici (1 piede attico = 29,65 cm) e pari al diametro delle colonne del *pronaos*. Infatti, tutte le sue dimensioni sono multiple di tale modulo.

Certamente nel Rinascimento, e in particolare in quello italiano, si è realizzata la più forte sintesi e simbiosi fra arte e scienza: l'una viveva dell'altra e l'artista rinascimentale era tutt'uno con lo scienziato, realizzando anche nella storia del singolo quell'unità del sapere che trovava il suo artefice nell'uomo 'virtuoso' idealizzato da Francesco Guarini.

Ma la scienza a quell'epoca era essenzialmente la matematica. Geometria e pittura, geometria e architettura si legavano indissolubilmente nell'opera di molti pittori e architetti, che erano anche matematici. L'esigenza di rappresentare adeguatamente la realtà fisica induceva i pittori rinascimentali a studiare le regole per passare dall'oggetto tridimensionale alla sua rappresentazione bidimensionale, mediante operazioni di proiezione (dall'occhio) e di sezione (con il quadro), creando un nuovo ramo della geometria: la Geometria Proiettiva. Filippo Brunelleschi e Paolo Uccello sono i padri di questa nuova scienza; in loro la mentalità matematica e lo spirito artistico erano intimamente fusi.

E dalla Proiettiva si passa con Piero della Francesca alla Geometria Descrittiva, il cui primo trattato può essere considerato il suo *De Prospectiva Pingendi*. Studian-

definite agli elementi architettonici, che mutarono con l'affinarsi del gusto estetico: in Grecia il fusto delle colonne dell'ordine dorico era alto il doppio dell'altezza della trabeazione e pari a quattro diametri della colonna nel periodo arcaico, mentre nel periodo aureo divenne tre volte e un quinto l'altezza della trabeazione e pari a cinque o sei diametri della colonna, realiz-



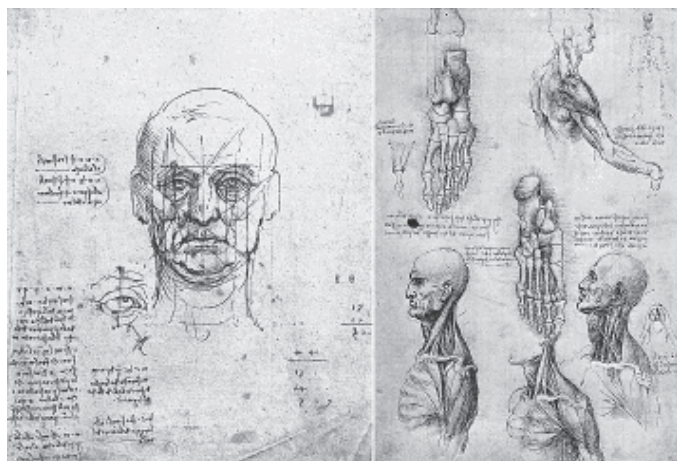
do la teoria delle ombre, Piero della Francesca affronta in maniera originale il problema dell'ombra portata da una sfera su un piano orizzontale, introducendo per primo un nuovo concetto matematico: la curva inviluppo. Piero immagina di sezionare la sfera con piani orizzontali e di proiettare, secondo la direzione della luce, i cerchi così ottenuti sul piano orizzontale: l'ombra della sfera è delimitata dalla curva che noi oggi chiamiamo d'inviluppo dei cerchi proiettati. Era tanta la considerazione come matematico del pittore Piero della Francesca da meritare da parte dei suoi contemporanei l'appellativo di "monarca dei matematici", anticipando quello di "*princeps mathematicorum*" dato qualche secolo dopo al sommo Gauss. Un altro grande artista del nostro Rinascimento, l'architetto Leon Battista Alberti,



Leonardo da Vinci – Carro falcato e carro armato (disegno e modello)

oltre vari trattati d'architettura, scrive opere matematiche e di fisica: *De pictura*, che contiene nuove regole di prospettiva, *Ludi mathematici* e i *Commentaria rerum mathematicarum*, *De motibus corporis* e *De pondi e leve di alcuna rota*.

Ma su tutti questi artisti-scienziati giganteggia la figura di Leonardo da Vinci, "incarnazione della divinità in terra", come lo definì Giorgio Vasari. Questo "omo senza lettere", come amava definirsi con un certo spirito provocatorio, scrisse ben 120 libri (Severi, 1954, p.161) di cui purtroppo ci sono pervenuti soltanto frammenti, poi riuniti nei famosi codici vinciani. Leonardo ha scritto bellissime favole e aveva un'ossessiva preoccupazione di ricercare per ogni occasione il vocabolo più adatto, che lo portava a redigere interminabili elenchi di termini linguistici, che poi sottoponeva ad una minuziosa analisi. Si vedano in proposito alcuni dei manoscritti della Biblioteca dell'Istituto di Francia e soprattutto il "*Codice Trivulziano*", ove Leonardo raccolse migliaia di vocaboli tratti dai "*Rudimenta Grammaticae*" di Nicolò Perotto e dal



Leonardo da Vinci – Studi sul corpo umano

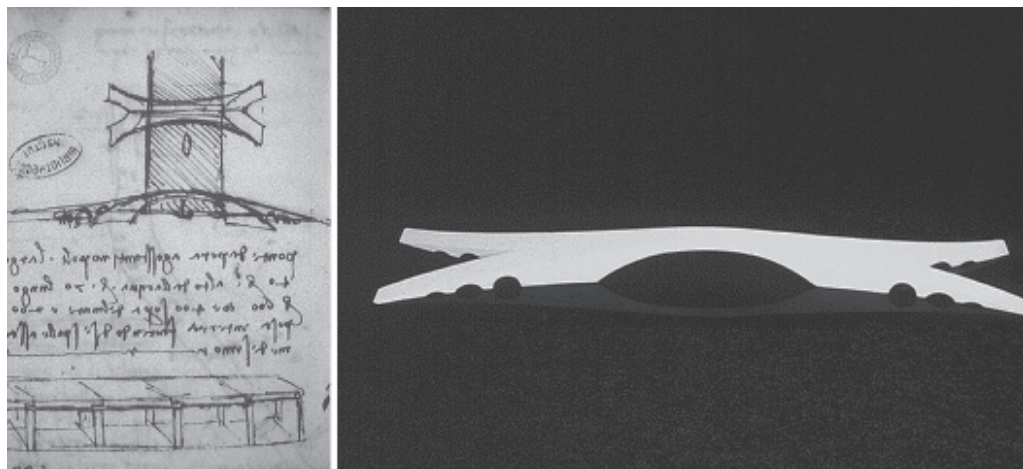
“*Vocabulista*” di Luigi Pulci, oltre molti altri, spesso di significato oscuro e ambiguo, da lui stesso coniat e ispirati all’uso parlato della lingua. Leonardo è la personificazione della massima sintesi fra immaginazione artistica e scientifica. Nei suoi straordinari disegni di macchine, di figure umane, di animali, nei suoi dipinti, nella sua stessa opera d’architetto militare, scienza e arte sono un tutt’uno, l’una non può essere separata dall’altra. In particolare, grandissima era la sua considerazione per la matematica: “Nessuna umana investigazione si può dimandare vera scienza se essa non passa per le matematiche dimostrazioni” - sentenziava. E ancora ammoniva: “Non mi legga chi non è matematico nelli mia principi”. Certamente, notevole influenza dovette avere su Leonardo l’amicizia con Luca Pacioli, grande matematico suo contemporaneo. Ci porterebbe troppo lontano parlare delle ‘macchine’ di Leonardo, geniali anticipazioni di realizza-



Leonardo da Vinci – La città ideale (disegni e plastico)

zioni tecniche dei nostri giorni. Nei loro disegni, così come in quelli degli studi anatomici, è ben manifesto lo sposalizio della fantasia creatrice di Leonardo artista con la precisione e lo spirito investigativo di Leonardo scienziato e ingegnere. Persino nell’urbanistica Leonardo ha lasciato i segni precorritori del suo genio multiforme. Per Milano, sua città prediletta, dopo la grande epidemia di peste del 1484-1490, Leonardo ridisegna la città medioevale, popolata di edifici ammucchiati disordinatamente lungo strette e buie viuzze tortuose, proponendo una ‘città ideale’, solare e ordinata, che coniuga un palese gusto estetico geometrico con criteri di funzionalità e igiene (Garin, 1975). Costruita sulle rive del mare o di un grande fiume, per l’approvvigionamento idrico, la città leonardesca si sviluppa su due livelli costituiti da strade dritte, fiancheggiate da portici e larghe quanto lo sono mediamente gli edifici che le delimitano. Tali livelli comunicano fra loro per mezzo di scalinate, come in un centro commerciale dei nostri giorni! La divisione ‘verticale’ leonardesca in due piani obbediva ad un criterio in prevalenza funzionale e razionale, a differenza di un’analoga divisione ‘orizzontale’ della città ideale propugnata da Leon Battista Alberti, che, invece, relegava in due circuiti concentrici, separati da alte mura merlate accompagnate da fossati, le due classi sociali cittadine: l’aristocrazia e i “pizzicagnoli, beccai e cuochi e simili” (Leon Battista Alberti, 1833). Lo sdoppiamento urbanistico dell’Alberti sembra animato da propositi ‘classisti’ e rimane quindi nello spirito medioevale; quello di Leonardo, invece, fa riferimento alle diverse ‘attività’ dei cittadini ed è sorprendentemente moderno, quasi anticipa i moderni concetti urbanistici di ‘isola pedonale’ e di ‘cen-

tro commerciale': "Per le strade alte non devono andare carri, né altre simili cose, anzi sia solamente per li gentili uomini. Per le basse devono andare i carri e altre some, a l'uso e comodità del popolo." (Leonardo da Vinci, 1960). Il progetto, come tanti altri leonardeschi, non fu realizzato perché ritenuto troppo costoso e rivoluzionario.



Leonardo da Vinci - Ponte sul Bosforo (disegno e modello)

Un altro progetto di Leonardo 'ingegnere civile' che lascia veramente esterrefatti è il ponte sul Bosforo ad una campata, lungo circa 240 m e largo 23m con una luce massima sulla superficie dell'acqua di 40m, giudicato realizzabile dagli ingegneri d'oggi. Doveva collegare Costantinopoli con Pera sulle sponde opposte, europea e asiatica, del Corno d'Oro sul Bosforo. Da documenti ritrovati nel 1952 negli Archivi di Stato a Istanbul, sembra quasi certo che tale progetto fosse stato richiesto a Leonardo dal sultano Bayazid II. Lo schizzo (Codice L, foglio 66r) ci presenta il prospetto e la pianta di un'opera arditissima per i tempi, caratterizzata da un'elegante e snella *silhouette* che si direbbe disegnata oggi. Originale è la soluzione degli ancoraggi del ponte a doppia coda di rondine, probabilmente concepita per contrastare le spinte orizzontali delle correnti. L'altezza del ponte era tale da consentire il passaggio di una nave a vele spiegate, come è visibile dal disegno. Viene spontaneo chiedersi quali forme e soluzioni avrebbe prodotto nei tempi attuali la straordinaria 'immaginazione creatrice' di Leonardo, se mezzo millennio fa era in grado di anticipare opere che 'oggi' giudichiamo innovative e moderne? Come avrebbe progettato un centro commerciale o un ponte ai nostri giorni?

Alcuni evidenziano come caratteri matematici nell'arte l'armonia, la simmetria, la struttura. Certamente l'architettura classica è pervasa da un senso d'armonia matematicamente realizzato, come già accennato, attraverso particolari rapporti fra le dimensioni dei vari elementi architettonici.

Non sempre, invece, queste qualità sono ravvisabili in tutte le opere artistiche, specialmente moderne, e il parlare d'armonia in molti casi risulta spesso una forzatura. Parimenti, talvolta, si vogliono trovare a tutti i costi nella letteratura e nella poe-

sia tracce di scienza, che spesso sono in realtà più semplici curiosità che non vere manifestazioni di una mentalità e di una conoscenza scientifica, e matematica in particolare. Per esempio, c'è chi si è divertito (R. Benini) a constatare che nella Divina Commedia le distanze in versi fra tutte le profezie su Dante, la sua città e la sua missione sono combinazioni lineari a coefficienti interi dei numeri 666 e 515, che rappresentano rispettivamente la mala Bestia e il Veltro che la ricaccerà all'inferno. E ancora il numero 515 in cifre romane diventa DXV, le cui lettere sono le iniziali delle parole Dantes Xristi Veltris, che significano "Dante Veltro di Cristo" (Bompiani, 1974).

Più pertinente è senz'altro l'esempio portato da Pirandello nel suo già citato saggio *Arte e Scienza*: "L'armonia d'ogni opera d'arte può essere scomposta dalla critica, per mezzo dell'analisi, in rapporti intelligibili; e in quest'armonia la critica può scorgere una scienza, un insieme di leggi complesse, di calcoli senza fine, che l'artista ha concentrato nella sua azione spontanea. [...] La metrica italiana non suole tener conto della maggiore o minor lunghezza delle sillabe; eppure è certo che non tutte le sillabe nella lingua nostra si pronunziano in un tempo uguale. Lo dimostrò matematicamente il Fraccaroli applicando alla lingua nostra il ragionamento fatto dal Westphal per la lingua greca: tanto più lunga è una vocale quante più consonanti le stanno innanzi o indietro. La metrica classica teneva conto della lunghezza per posizione; ma, divise le sillabe in lunghe e brevi, non badava poi alle ulteriori differenze. Similmente la metrica nostra, stabilita per tutte le sillabe una quantità sola, non tien conto nella teoria ritmica delle differenze accidentali o naturali. Eppure è certo che le consonanti allungano le sillabe e che le sillabe lunghe ritardano il ritmo. Ora il poeta può non sapere questa legge, che la critica scopre per spiegar l'efficacia di certi versi il cui ritmo evidentemente è ritardato per queste lunghezze accidentali; [...] Come l'azione sintetica del genio spontanea si trova nella scienza, opera del pensiero riflesso, così nell'opera d'arte, libera creazione, si trova inclusa una scienza che ignora se stessa. La logica che qui è istintiva, là è riflessa; la fantasia che qua è cosciente è là incosciente." Dunque Pirandello distingueva due forme di fantasia, differenti soltanto per lo stato di coscienza da parte di chi la usa: consapevole nell'artista, inconsapevole nello scienziato.

Molti altri esempi pertinenti sulla presenza di una certa struttura matematica in alcuni generi letterari sono stati ampiamente illustrati da Piergiorgio Odifreddi (Odifreddi, 2006). Per esempio, nel 'sonetto' i versi sono strutturati in due strofe di 4 versi e due strofe di 3, per un totale di 14 versi e una precisa 'regola matematica' governa pure le rime: 1 2 1 2, 1 2 1 2 o 1 2 2 1, 1 2 2 1 per le prime due strofe e 3 4 3, 4 3 4 o 3 4 5, 3 4 5 o 3 4 5, 5 4 3.

Odifreddi si spinge oltre la semplice ricerca di tracce matematiche nella letteratura e nella musica, giungendo a parlare di una "poetica matematica" e di una "estetica matematica", rifacendosi all'assiomatismo matematico e al concetto di struttura matematica. L'assiomatismo ha mostrato che un gruppo di proposizioni primitive (o assiomi) definisce soltanto implicitamente gli enti primitivi cui si riferisco-

no, lasciando una notevole libertà di concepimento della loro "natura": se il punto è ciò per cui passa una retta soltanto, qualunque oggetto soddisfi questo postulato può essere il punto. Insomma, ciò che conta, perchè è univoco, è l'insieme delle relazioni indimostrate (assiomi) che intercedono fra gli enti indefiniti. Da tale considerazione è nato il concetto di 'struttura matematica'. Il matematico può costruire la sua scienza come 'sistema ipotetico-deduttivo' su un gruppo di assiomi scelti arbitrariamente, purchè non contraddittori. Ciò che ne risulta è una costruzione di per sé astratta, che può non avere rispondenza a nulla di concreto e sviluppata con regole arbitrarie. Una situazione analoga si può presentare oggi nella letteratura ove si consideri il linguaggio come un insieme di simboli su cui si opera con regole che non necessariamente hanno un valore semantico, alla guisa di un 'gioco', oppure nell'arte moderna, che è astratta come una struttura matematica, che non definisce la natura 'concreta' degli enti su cui opera, ma soltanto le loro relazioni. Certamente il matematico puro, per tali motivi, non è dissimile dall'artista.

La gestazione dell'atto creativo nel genio artistico e nel genio scientifico

A questo punto è spontaneo domandarsi: fra tante possibili combinazioni degli elementi provenienti dal disfacimento dei blocchi di memoria delle passate esperienze, perché soltanto una s'impone sulle altre nell'atto creativo dell'artista e dello scienziato? Se l'origine subconscia dell'atto creativo, cioè il suo concepimento, è la stessa per l'artista e lo scienziato, non altrettanto può dirsi della sua gestazione.

Nel genio artistico c'è una scelta 'occulta', che decreta il vincitore di questa sotterranea competizione fra le possibili sintesi nuove, che chiamiamo 'ispirazione' ed è qualcosa di vago, indefinibile, che si nutre di tutte le particolari esperienze di chi crea, filtrate attraverso le sue particolari predisposizioni di quel momento. Questa luce invisibile della 'divina follia', che viene dal subconscio, sorprende lo stesso genio quando, restituito al mondo della coscienza, si chiede come sia stata possibile la nascita della sua opera. Wolfgang Goethe ammetteva che molte sue poesie gli apparivano quasi in sogno ed era spinto da una forza misteriosa a fissarle sulla carta. Richard Wagner si meravigliava di come avesse potuto comporre il *Tristano e Isotta*. Carducci diceva che era la Poesia a presentarsi a lui e non viceversa. L'artista ha per unico fine il raggiungimento del gusto estetico e quindi nel creare nuove sintesi di elementi non si preoccupa di verificarne la rispondenza al mondo reale.

Nella creazione delle nuove sintesi, invece, lo scienziato avendo per fine la rappresentazione della realtà¹¹ è guidato, attraverso gradi crescenti di coscienza, dalla logica e dal vaglio dell'esperienza, dovendo soggiacere al rispetto dell'oggettività (tralascio la discussione sul significato di tale termine, se intenderla cioè come esistenza di una realtà fuori di noi o più semplicemente come 'intersoggettività'). Questa diversità rispetto al caso del genio artistico è molto bene espressa dalla distinzione fra 'fantasia' e 'immaginazione', che per Bruno de Finetti avevano

significati diversi. Entrambe operano nel regno dell'irreale, ma l'immaginazione, a differenza della fantasia, segue la stessa logica del reale. Per de Finetti la fantasia è sterile (dal punto di vista della scoperta scientifica), mentre l'immaginazione è fertile, potendo questa aiutare a scoprire, con lo stesso ragionamento logico che applichiamo al reale, altre "realità potenziali che potranno essere la realtà di domani"¹². Bruno de Finetti non era un 'realista' e all'immaginazione attribuiva una funzione creativa che anteponeva al pensiero logico. L'immaginazione (e non la fantasia!) è lo strumento che ci consente di trasformare il 'multiconcreto' in 'astratto', cogliendo nella pluralità dei casi concreti l'elemento comune (il processo d'interferenza delle associazioni già posto in luce da Aliotta), per poi poter percorrere il cammino inverso, dall'astratto ai molteplici casi concreti in cui quell'elemento comune è ravvisabile, realizzando così un processo inverso, di ricomposizione delle associazioni. L'immaginazione è quindi lo strumento primario del matematico, ma lo è anche per tutti, perché l'immaginazione "organica, disciplinata, coerente, concreta, costruttiva"¹³, secondo de Finetti, ci consente di avere una visione panoramica di "tutte le soluzioni possibili e delle circostanze per cui differiscono e da cui sono determinate"¹⁴ e, quindi, ci permette di orientarci e decidere in molte nostre attività quotidiane.

"Tutte le cose nuove e utili (o anche no), - scrive de Finetti - tutte le scoperte, tutto il progresso, sono frutto anzitutto della fantasia. Occorre anche l'analisi, lo studio, la sistemazione logica, per controllare, correggere, precisare, sviluppare, realizzare ciò che la fantasia aveva prospettato soltanto in 'nuce', ma ciò viene dopo" (de Finetti, 1973). Dunque, il primato dell'attività creatrice spetta all'immaginazione e non alla logica e al "pensiero cosciente", che secondo de Finetti "dovrebbero considerarsi come un validissimo ma marginale complemento all'insieme delle nostre fondamentali insostituibili capacità intuitive (e diciamo pure istintive)". Efficace e degna del classicheggiante gusto per le similitudini è l'immagine che ci propone: "...la logica non è che un palo utile per sorreggere la pianta del ragionamento intuitivo, ma di per sé non è un ragionamento e non ha alcun senso, così come un palo, da solo, non è una pianta né un possibile surrogato di una pianta".¹⁵ E ancora più esplicitamente così si esprime: "Riesce particolarmente pregiudizievole la tendenza a sopravvalutare - spesso addirittura in modo esclusivo - la ragione, che, a mio avviso, è invece utilissima solo a patto di venir considerata come un complemento atto a perfezionare tutte le altre facoltà istintive, intuitive, psicologiche, ma non (guai!) a surrogarle."¹⁶

Connessa all'immaginazione è l'attenzione che de Finetti poneva verso gli aspetti psicologici della scoperta scientifica e dell'apprendimento della matematica che concepiva come scoperta da parte del discente con l'aiuto del docente, che deve rivestire soltanto il ruolo di 'levatrice', usando un'antica immagine di Socrate: "...mi sono accorto che bisogna scavare più a fondo, varcando la soglia del subcosciente" (de Finetti, 1974); "...anche se di per sé la matematica è semplicemente logica, essa non esiste per noi e per gli studenti se non in funzione dei processi in minima parte logici e ben più psicologici in cui ne consiste l'apprendimento,

l'apprezzamento, l'interesse, l'assimilazione, od invece la repulsione o l'indifferenza" (de Finetti, 1966₁).

Immaginazione e follia

"Non esiste grande genio senza una dose di follia", sentenziava Aristotele.

I legami fra genio e pazzia sono stati investigati da vari psicologi e antropologi, con diverse interpretazioni che, tuttavia, riconoscono nell'immaginazione esasperata del genio e del pazzo una comune caratteristica. "La radice della creatività si ritrova nel bisogno di ricostruire l'oggetto buono distrutto nella fase depressiva" dice lo psicoanalista Melanie Klein. "Genio e follia hanno qualcosa in comune: entrambi vivono in un mondo diverso da quello che esiste per gli altri", affermava Arthur Schopenhauer e Charles Darwin: "Adoro gli esperimenti folli. Li faccio in continuazione". La diade genio/follia è diventata uno stereotipo letterario prima ancora che fossero pubblicati studi sistematici sull'argomento. Nel 1836, Alexandre Dumas la immortalava nel suo *Kean ou désordre et génie*.

Cesare Lombroso è stato uno dei primi antropologi a studiare sistematicamente, con una raccolta minuziosa di dati, il misterioso legame fra genio e follia. Celebre è la sua monumentale opera *L'uomo di genio, in rapporto alla psichiatria, alla storia, all'estetica* del 1894. Lombroso considerava "la tendenza artistica [...] un fenomeno assai spiccato e quasi generale in alcune specie di pazzi" (Lombroso, 1894, p. 323). Un altro studioso, Simon, studiò la presenza dell'immaginazione nei pazzi e concluse che è tanto più spiccata quanto maggiore è la loro follia¹⁷. W. Lange-Eichbaum, nel 1942, affermava che "la maggior parte dei geni furono degli anormali psicopatici" e Carl Gustav Jung annotava che mentre "l'associazione simbolizzante nello psicotico diventa delirio, nel genio si fa sentire all'esterno solo come una più intensa esperienza vissuta" (Jung, 1971).

Il rapporto dell'immaginazione con la follia evoca quello con il genio. L'estraniarsi dal presente e tuffarsi nel passato delle nostre esperienze più inconsce per creare il futuro è una caratteristica del tipo creativo, perché, come poeticamente e acutamente osservava un geniale scrittore alienato, Edgar Allan Poe, "chi sogna di giorno conosce molte cose che sfuggono a chi sogna solo di notte". L'arte, regno della "fantasia sregolata", per usare un'espressione definettiana, incitando nell'artista l'esilio della ragione può produrre l'alienazione.

La follia "sovente sviluppa, come abbiām veduto nei geni e anche nei pazzi di genio, l'originalità dell'invenzione che spicca nei lavori anche dei semi-dementi, perché, lasciando libero il freno dell'immaginazione loro, dà luogo a creazioni da cui rifuggirebbe una mente troppo calcolatrice per paura dell'illogico e dell'assurdo..." (Lombroso, 1894, p. 329).

I geni considerati alienati (o come si dice, saturnini) risultano in realtà affetti da psicopatia di tipo e livello differente; secondo Lombroso: monomaniacale, persecutiva, demenza, megalomania, mania acuta, melanconia, paralisi generale, follia morale, epilessia.

Secondo alcune statistiche fornite da studi di psicologi nel Novecento, circa il 28% dei grandi scienziati sarebbe stata affetta da psicopatie di varia specie: Newton (nella vecchiaia), Pauli, Bolyai, Cardano, Cantor, Boltzmann, Codazzi, Gödel, Nash sono alcuni esempi. La follia non risparmia nemmeno i geni dell'altra sponda: gli scrittori Poe, Baudelaire, Lee, Tasso, Gogol, Flaubert, Goethe, Tito Lucrezio Caro; i filosofi Vico, Comte, Rousseau, Schopenhauer; i pittori Gigante, Van Gogh. Ma è soprattutto fra i musicisti che alligna il male oscuro: Mozart, Salieri, Schumann, Beethoven, Donizzetti, Pergolesi, Haendel, Hoffmann, Gluck, Gounod. Secondo Lombroso la presenza così massiccia di musicisti fra i geni alienati è dovuta all'essere "la creazione musicale la più subbiettiva, la più legata agli affetti, e la meno al mondo esterno di tutte le manifestazioni del pensiero; il che la fa più bisognosa delle fervide ma esaurienti commozioni dell'estro" (Lombroso, 1994, p. 352).

Bisogna, però, andar cauti con la tentazione d'identificare il genio con una malattia mentale. Contro questo pericolo insorge Pirandello: "Difficile veramente tenere a freno l'indignazione o anche, alle volte, una risata, nel vedere con quanta facilità e per quali ragioni questi tali professori di critica antropologica dàn patente di pazzia o di degenerazione ad artisti che, anche per poco, non stiano nella linea d'una astratta normalità. Tante volte, a tal proposito, ho fatto a me stesso la domanda: Ma ci vuol proprio molto a intendere che la genialità non è, fundamentalmente, né può essere una specie di malattia mentale? Il pazzo è o prigioniero entro un'idea fissa e angusta o abbandonato a tutti gli eventi miserevoli d'uno spirito che si disgrega e si frantuma e si perde nelle proprie idee; senza varietà cioè e senza unità: il genio, invece, è lo spirito che produce l'unità organatrice dalla diversità delle idee che vivono in lui, mediante la divinazione dei loro rapporti; lo spirito che non si lega ad alcuna idea, la quale non diventi tosto principio d'un movimento vitale: unità cioè e varietà." (Pirandello, 1994).

Un altro grande psichiatra, il filosofo esistenzialista Karl Jasper, che si è occupato di genio e follia, ci ha lasciato una visione consolatoria di questo misterioso legame, dove non si sa bene se è il genio la causa della follia o viceversa è la follia che genera il genio: "Così come una perla nasce dal difetto di una conchiglia, la schizofrenia può far nascere opere incomparabili. E come non si pensa alla malattia della conchiglia ammirandone la perla, così di fronte alla forza vitale di un'opera non pensiamo alla schizofrenia che forse era condizione della sua nascita" (Jasper, 1990).

"Il mistero è l'emozione fondamentale che sta alle sorgenti della vera arte e della vera scienza", diceva Albert Einstein. Lasciamoci, dunque, dolcemente avvolgere da questo mistero schivando ogni conclusione e ascoltiamo con animo aperto queste riflessioni autobiografiche di Edgar Allan Poe (Poe, 1999, pag. 196):

"Discendo da una stirpe famosa per vigore di fantasia e per la veemenza delle passioni. Gli uomini mi hanno chiamato pazzo; ma nessuno ancora ha potuto stabilire se la pazzia è o non è una suprema forma d'intelligenza; e se la maggior parte di quanto è superiore, di quanto è profondo, non deriva da qualche malattia del pensiero, o da speciali modi dello spirito che pigliano il sopravvento sul senso

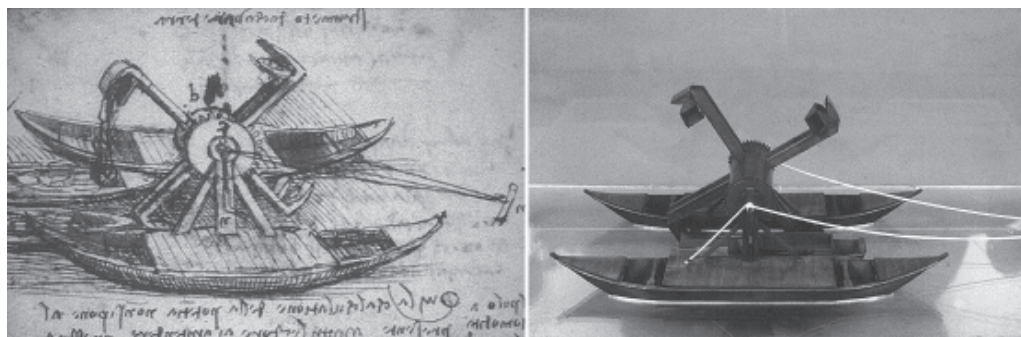
comune. Colui che sogna ad occhi aperti sa di molte cose che sfuggono a quanti sognano solo dormendo. Nelle sue nebbiose visioni, egli afferra sprazzi dell'eternità e trema, al risveglio, di vedere che per un momento si è trovato sull'orlo del grande segreto. Così, a lembi, apprende qualcosa della sapienza del bene, e un pò più della conoscenza del male. Pur senza timone nè bussola, penetra nell'oceano sterminato della "luce ineffabile" come gli avventurieri del geografo nubiano, che *aggressi sunt mare tenebrarum, quid in eo esset exploraturi.*"

Bibliografia

- Leon Battista Alberti, 1833. *Della Architettura libri dieci* (trad. Cosimo Bartoli), Milano, pp 135-136.
- Cesare Lombroso, 1894 – *L'uomo di genio in rapporto alla psichiatria, alla storia ed all'estetica*. Fratelli Bocca, Torino.
- Antonio Aliotta, 1930. *Il problema estetico e didattico dell'arte*. Francesco Perrela, Napoli.
- Bruno de Finetti, 1937. *Pirandello Maestro di Logica*. In: Quadriovio 5-12-1937.
- Francesco Severi, 1954. *Leonardo*. Universale Studium Roma.
- Leonardo da Vinci, 1960. *Manuscrit B de l'Institut de France*. Grenoble, pp. 47-49.
- Attilio Frajese – *Galileo matematico*. Editrice Studium, Roma, 1964, p.10.
- Bruno de Finetti, 1965. *Lettere alla Direzione* in "Periodico di Matematiche", n° 4 ottobre 1965, Zanichelli editore Bologna.
- Bruno de Finetti, 1966,– *Sull'insegnamento della matematica*. In "Homo Faber", anno XVII n.164, 1966 p. 10361.
- Bruno de Finetti, 1966, *Forme estetiche e leggi fisiche*. In *Civiltà delle Macchine*, anno XIV, n° 3, maggio-giugno 1966, p. 26.
- Bruno de Finetti, 1967. *Il saper vedere in matematica*. Loescher, Torino, p.1
- Carl Gustav Jung, 1971. *Psicogenesi delle malattie mentali*. Boringhieri, Torino.
- Bruno de Finetti, 1973. *L'utopia come presupposto necessario per ogni impostazione significativa della scienza economica*. In: *Requisiti per un sistema economico accettabile in relazione alle esigenze della società* (a cura di B.de Finetti), F. Angeli, Milano, 1973, p.14.
- Enrico Bompiani, 1974. *Matematica e arte*. In: "Periodico di Matematiche", serie V, vol. 50, n.5-6 ottobre 1974.
- Bruno de Finetti, 1974. *Interventi al Convegno della C.I.I.M. Viareggio 24-26 ottobre 1974*. In *Notiziario del Bollettino della Unione Matematica Italiana*, dicembre 1974, p.31-36.
- Eugenio Garin, 1975. *Scienza e vita civile nel Rinascimento italiano*. Universale Laterza, Bari, pp. 33-56.
- Karl Jasper, 1990. *Genio e follia. Malattia mentale e creatività artistica*, a cura di U. Galimberti, Rusconi, Milano.
- Luigi Pirandello, 1994. *Arte e scienza*. Arnoldo Mondadori Editore, Milano.
- Edgar Allan Poe, 1999. *Racconti del terrore*, Arnoldo Mondadori Editore, Milano, VII rist.
- Piergiorgio Odifreddi, 2006. *Penna, pennello e bacchetta, le tre invidie del matematico*. Editori Laterza, Bari.

Note

- ¹ F. Enriques, *Le Matematiche nella scuola e nella cultura*. Lezioni pubblicate a cura di A. Frajese, Zanichelli, Bologna, 1938, pp. 188-189.
- ² Einaudi, Torino 1973.
- ³ *De magia mathematica, De magia naturali, De vinculis in genere, De rerum principiis et elementis causis, Medicina Lulliana partim et mathematicis partim ex physicis principis educta, Lampas triginta statuarum*. Cfr. Giordano Bruno – *Opere Magiche* (a cura di Michele Ciliberto). Adelphi, Milano, 2000.
- ⁴ Umberto Galimberti – *La divina follia contrapposta alla scienza*.
- ⁵ G. Giorcello – *La libertà della vita*. Raffaello Cortina editore, Milano, 2006, p. 21.
- ⁶ Riscoperta da Bertrand Russell soltanto nel 1901 (cfr. la sua opera *Introduzione alla filosofia matematica*).
- ⁷ Giosuè Carducci – *Alla stazione in una mattina d'autunno*
- ⁸ Le note della scala maggiore o zarliniana: do, re, mi, fa, sol, la, si, do₂ hanno frequenze: n, (9/8)n, (5/4)n, (4/3)n, (3/2)n, (5/3)n, (15/8)n, 2n. Oltre questa esistono altre scale con rapporti in frequenza diversi delle note (Odifreddi, 2006).
- ⁹ Tre numeri in ordine crescente a, m, b sono in proporzione armonica se $1/m - 1/a = 1/b - 1/m$
- ¹⁰ Sono rimasti soltanto i basamenti in pietra. I templi etruschi erano costruiti in legno e pertanto nessuno ci è giunto integro.
- ¹¹ O meglio: la rappresentazione della rappresentazione della realtà, svolgendosi il suo lavoro sui dati sensoriali che sono già essi stessi una rappresentazione della realtà.
- ¹² *Lettera di Bruno de Finetti a Gino de Finetti del 14 gennaio 1940*. Inedito di proprietà di Fulvia de Finetti.
- ¹³ Ibidem.
- ¹⁴ Ibidem.
- ¹⁵ B. de Finetti, Leonard J. Savage – *Sul modo di scegliere le probabilità iniziali*. In: Biblioteca del Metron, serie C, Note e Commenti, Roma, Istituto di Statistica dell'Università, 1962, p. 127.
- ¹⁶ B. de Finetti - *Dall'Introduzione al corso CIME - Varenna 1959*
- ¹⁷ Simon – *Annales méd. Psych.*, fasc. 1876.



Leonardo da Vinci – Draga lagunare (disegno e modello)

*Giordano Bruno*

Segni del caos: da Lucrezio a Pollock ... e ritorno!

Giordano Bruno

Matematico, allievo di Bruno de Finetti. È docente di Analisi matematica e di Calcolo delle probabilità presso la Facoltà di Ingegneria de *La Sapienza* Università di Roma. Insegna anche Istituzioni di Matematica e Sistemica presso *ISIA - Design* di Roma, di cui è anche Vice-Presidente del Consiglio Accademico. E' consigliere nazionale della Società Mathesis. Si occupa dei fondamenti epistemologici della logica dell'incerto, dei suoi rapporti con la sistemica e della sua didattica. Amante del 'fusionismo', s'interessa ai molteplici rapporti che legano la matematica alle altre discipline, in particolare letteratura, arte, musica e filosofia. Ha al suo attivo circa cinquanta pubblicazioni. Nel 2002 è apparso su "Lettera Internazionale" un suo articolo dal titolo *Caos: il linguaggio della natura*. Recentemente, nel 2006, ha contribuito alla pubblicazione del testo di Bruno de Finetti, *L'invenzione della verità*, fino ad allora inedito; di cui, insieme a Giulio Giorrello, ha curato l'Introduzione e il Glossario.

Caos, complessità, strutture e pensiero non lineare costituiscono il corpo di quello che possiamo ormai definire un nuovo paradigma, non solo scientifico ma anche pienamente epistemologico. Non ci è più concesso, dopo il secolo scorso, di accostarci alla realtà, utilizzando in maniera prioritaria il pensiero lineare, vale a dire quello fondato sul rapporto causa-effetto " e sul suo prodotto filosofico: il determinismo.

Come osserva il grande matematico Bruno de Finetti, da coraggioso anticipatore dei tempi, nel suo "L'invenzione della verità" (pagg. 77-78) concepito nel 1934 e dato alle stampe da Cortina nel 2006 per opera della figlia Fulvia:

"Oggi l'apparire della meccanica statistica, della teoria dei quanti, della meccanica ondulatoria, ha messo in discussione la causalità e il determinismo, rompendo il magnifico isolamento della previsione scientifica per ravvicinarla attraverso graduali concessioni alle comuni previsioni o congetture della vita pratica. Non v'è più, nella previsione scientifica, una certezza assoluta; v'è soltanto una certa probabilità che può al massimo divenire tanto grande da meritare il nome di certezza pratica. E possiamo forse, per la prima volta, confrontare il grande valore dell'analisi cui Hume aveva da tanto tempo, troppo presto per essere compreso, sottoposto l'idea di causa, e la grande povertà dei tentativi di mettere al riparo da tale profanazione un concetto che si preferiva imbalsamare ed esporre sotto vetro nel museo delle aprioristiche."

Del pari il grande filosofo Edgar Morin nella prima parte del suo "Il metodo", pubblicato in Italia da Feltrinelli nel 1983, così si esprime:

"L'ordine della fisica classica non è più il tessuto dell'universo. Si è ristretto, ha subito le infiltrazioni e le corruzioni del disordine, è preso in mezzo fra due caos. Ancor di più esso stesso

figlio del caos genesico, è inserito sul caos microfisico e sul caos macrofisico. Questi due caos, presenti uno in ogni atomo e l'altro al centro di ogni sole, sono in una certa maniera presenti in ogni essere fisico; il tessuto del nostro piccolo mondo terrestre, biologico ed umano non si trova in un isolatore; esso è composto di atomi, nato nel nostro sole, nutrito dai suoi raggi.

L'antica materia fisica dunque si inaridisce e si disaggrega, mentre si produce la nuova phisis, figlia del caos. (...) Essa è un brulichio di interazioni. Il caos non è soltanto un principio genesico, è un principio generico permanente che si esprime, nella phisis, e nel cosmo (...). Così phisis, cosmo, caos non possono più essere dissociati. Sono sempre compresenti in rapporto gli uni agli altri."

Nel 2002 è stato pubblicato su Lettera Internazionale un mio contributo dal titolo: "Caos: il linguaggio della Natura". In esso partendo dalle intuizioni di Epicuro e Lucrezio, passando per quelle di Poincaré ed arrivando agli attrattori strani di Lorenz e alla geometria frattale di Mandelbrot, sostenevo la tesi di come il Caos, inteso nel senso così ben delineato da Morin, sia il linguaggio in cui si esprime la Natura. Lì, peraltro, mettevo in evidenza come la matematica abbia avuto ed abbia grande importanza per la decodifica e l'interpretazione di questo linguaggio. E proprio nello spirito di quella visione unitaria e sistemica, di cui Morin è uno dei massimi esponenti, e in accordo con il riconoscimento che in essa viene dato al ruolo attivo e rilevante dell'osservatore (aspetto che peraltro è assolutamente presente nella concezione soggettiva della probabilità di de Finetti), ho cercato di rintracciare alcuni "segni" del Caos che ho incontrato nel mio cammino, accostandomi alla letteratura, alla filosofia, all'arte, che qui mi accingo a proporre. In questa straordinaria ragnatela intrecciata dal Caos, non posso che ripartire allora che proprio da Lucrezio ed Epicuro.

Il primo nel suo famosissimo poema sulla natura così si esprime:

"A questo riguardo desidero poi che tu sappia
che gli atomi, al basso portati dal peso
dritti nel vuoto, a un incerto momento e
in un punto incerto si flettono un poco,
quel tanto che possa far dire che il moto
si sia modificato: giacché se non declinassero,
cadrebbero tutti in basso
come gocce di pioggia nel vuoto profondo,
né urto né collisione mai ci sarebbero
e nulla mai la natura avrebbe creato."

Ed il secondo ci avverte della complessità del procedere del cammino dell'uomo, al modo seguente:

"Antico e nuovo nel contempo è il futuro.
Se non fosse così non sarebbe l'essenza
di quella che Platone chiama elpis (congettura),
che è insieme una previsione

e una sorta di scommessa.”

Proseguiamo con qualcuno tra gli innumerevoli esempi che possiamo trarre dalla letteratura. Frammenti che costituiscono quella trama, costituita dal linguaggio umano, che ci permette di comunicare nei modi più diversi un aspetto peculiare: in questo caso, il rapportarci alla realtà e il rapportarci a noi stessi.

Così, infatti, Italo Calvino nelle sue “Lezioni Americane” ci fa riflettere sulla visione di Ovidio, espressa nelle “Metamorfosi”:

“Anche per Ovidio tutto può trasformarsi in nuove forme; anche per Ovidio la conoscenza del mondo è dissoluzione della compattezza del mondo. Se il mondo di Lucrezio è fatto d’atomi inalterabili quello d’Ovidio è fatto di qualità, di attributi, di forme, che definiscono la diversità di ogni cosa e pianta e animale e persona; ma questi non sono che tenui involucri d’una sostanza comune che, - se agitata da profonda passione - può trasformarsi in quel che vi è di più diverso.”

E cos’è, se non una rappresentazione del caos del nostro essere, quella di Robert Musil nel suo “L’uomo senza qualità”?

“Ma Ulrich era stato lì per dire altro; parlare dei problemi matematici che non consentono una soluzione generale ma piuttosto soluzioni singole che, combinate, s’avvicinano alla soluzione generale. Avrebbe potuto aggiungere che tale gli appariva anche il problema della vita umana. Ciò che si suol chiamare un periodo – senza sapere se si debba intendere secoli, millenni, o gli anni, fra la scuola e i nipotini – quell’ampia disordinata fiumana di situazioni, sarebbe allora un susseguirsi a casaccio di tentativi di soluzioni, insufficienti e, se presi singolarmente, anche sbagliati, dai quali, se l’umanità li sapesse riassumere, potrebbe infine risultare la soluzione esatta e totale.”

E come non restare colpiti dalla fantasmagorica rappresentazione che Jorge Luis Borges fa de l’Aleph nel suo omonimo scritto, anticipando la natura frattale del mondo?

“Daneri (...) disse che la casa gli era indispensabile per terminare il poema, perché in un angolo della cantina c’era un Aleph. Spiegò che un Aleph è uno dei punti dello spazio che contengono tutti i punti. (...) Chiusi gli occhi, li riaprii. Allora vidi l’Aleph.

Arrivo, ora, all’ineffabile centro del mio racconto; comincia, qui, la mia disperazione di scrittore. Ogni linguaggio è un alfabeto di simboli il cui uso presuppone un passato che gli interlocutori condividono; come trasmettere agli altri l’infinito Aleph, che la mia timorosa memoria a stento abbraccia? I mistici, in simili circostanze, son prodighi di emblemi: per significare la divinità, un persiano parla d’un uccello che in qualche modo è tutti gli uccelli; Alanus de Insulis, d’una sfera il cui centro è dappertutto e la circonferenza in nessun luogo; Ezechiele, di un angelo con quattro volti che si dirige contemporaneamente a Oriente e a Occidente, a Nord e a Sud. (...) Quel che videro i miei occhi fu simultaneo: ciò che trascriverò, successivo, perché tale è il linguaggio. Qualcosa tuttavia annoterò.

Nella parte inferiore della scala, sulla destra, vidi una piccola sfera cangiante, di quasi intollerabile fulgore. Dapprima credetti ruotasse; poi compresi che quel movimento era un'illusione prodotta dai vertiginosi spettacoli che essa racchiudeva. Il diametro dell'Aleph sarà stato di due o tre centimetri, ma lo spazio cosmico vi era contenuto, senza che la vastità ne soffrisse. Ogni cosa (il cristallo dello specchio, ad esempio) era infinite cose, perché io la vedevo distintamente da tutti i punti dell'Universo. Vidi il popoloso mare, vidi l'alba e la sera, vidi le moltitudini d'America, vidi un'argentea ragnatela al centro di una nera piramide, vidi un labirinto spezzato (era Londra), vidi infiniti occhi che si fissavano in me come in uno specchio, vidi tutti gli specchi del pianeta e nessuno mi rifletté, (...), vidi convessi deserti equatoriali e ciascuno dei loro granelli di sabbia, (...), vidi insieme il giorno e la notte di quel giorno, (...), vidi la delicata ossatura d'una mano, (...), vidi tutte le formiche che esistono sulla terra, (...), vidi la circolazione del mio oscuro sangue, vidi il meccanismo dell'amore e la modificazione della morte, vidi l'Aleph, da tutti i punti, vidi nell'Aleph, la terra e nella terra di nuovo l'Aleph e nell'Aleph la terra, vidi il mio volto e le mie viscere, vidi il tuo volto, e provai vertigine e piansi, perché i miei occhi avevano visto l'oggetto segreto e supposto, il cui nome usurpano gli uomini, ma che nessun uomo ha contemplato: l'inconcepibile universo."

Affacciamoci ora verso la pittura.

Così si esprimeva, a proposito della matematica, lo stupefacente artista olandese Maurits Cornelis Escher:

"(...) vidi un alto muro e poiché avevo il presentimento di trovare qualcosa di enigmatico e di sconosciuto, lo scavalcai faticosamente. Dall'altra parte c'era un deserto (...) fino a quando, seguendo un complicato percorso, mi trovai su una soglia:

davanti a me si spalancavano le porte della matematica.

Da qui si dipartivano in diverse direzioni molti sentieri ben tracciati (...)

Talvolta mi pare di aver perlustrato l'intera zona, di averne percorso ogni sentiero e di averne ammirato ogni veduta; poi, improvvisamente, scopro un sentiero ancora inesplorato e assaporo nuove delizie."

Anche in tal caso, si può cogliere nel suo vagabondare metaforico la presenza di una realtà caotica e non prevedibile.

Escher non si riconosceva quale "anche matematico", come qualcuno sosteneva che fosse, anzi si scherniva dicendo che da ragazzo aveva sempre avuto problemi con lo studio della matematica. A mio parere, è stato uno dei principali esploratori contemporanei della complessità e in questo l'ha aiutato una notevole intuizione matematica.

Il celebre cibernetico Douglas R. Hofstadter, autore del famoso saggio "Gödel, Escher, Bach" afferma che

"Escher ha creato alcuni disegni che sono concettualmente fra i più stimolanti di tutti i tempi (...). Il genio di Escher consiste nella sua capacità di escogitare e allo stesso tempo realizzare figurativamente dozzine di mondi semi-reali e semi-immaginari nei quali sembra invitare i suoi

spettatori a entrare.”

Mi limiterò, qui, ad accennare brevemente ad alcune opere che sono, a mio avviso, maggiormente rappresentative del suo modo di affrontare e rappresentare, appunto, il caos e la complessità; dolendomi, naturalmente, di non potermi soffermare su tutta la sua opera, che ritengo essere una delle migliori manifestazioni del nuovo paradigma, di cui parlavo all’inizio. Soprattutto perché, sempre secondo il mio parere, Escher non si propone di dare risposte, ma vuole suggerire domande, aprire la mente e l’animo alla contraddizione e al paradosso: quanto di più stimolante e nutriente ci possa essere per chi ami “andare a ricercare”.

Cominciamo con *Belvedere*, che Escher realizza nel 1958. E’ una delle sue costruzioni “impossibili”. Si noti come un ragazzo osserva meravigliato l’oggetto che tiene in mano: una sorta di cubo. Questo in realtà altro non è se non un cubo di Necker, ben nota figura impossibile: ovvero rappresentabile in due dimensioni ma non realizzabile in tre, dove dovrebbe “vivere”.

Escher, a proposito, scrive:



“In basso a sinistra giace un pezzo di carta su cui sono disegnati gli spigoli di un cubo. Due piccoli cerchi marciano le posizioni ove gli spigoli si intersecano. Quale spigolo è verso di noi e quale sullo sfondo? È un mondo tridimensionale allo stesso tempo vicino e lontano, è una cosa impossibile e quindi non può essere illustrato. Tuttavia è del tutto possibile disegnare un oggetto che ci mostra una diversa realtà quando lo guardiamo dal di sopra o dal di sotto.”

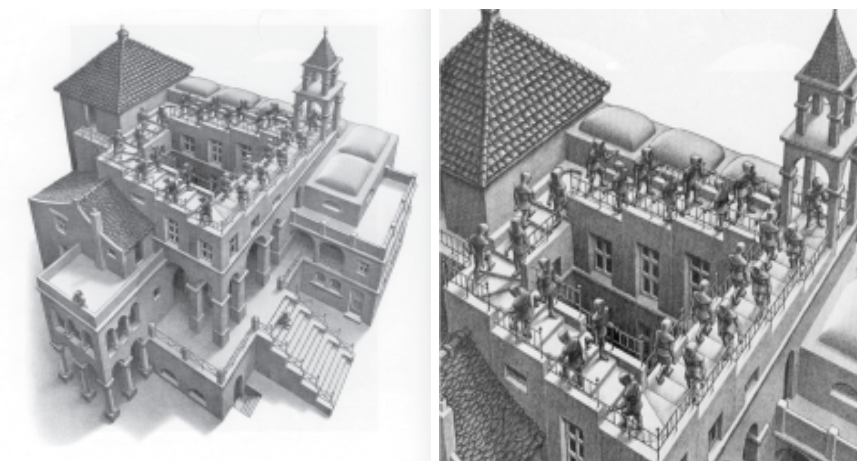


In effetti, se ci mettiamo ad osservare un cubo di Necker, dalle due diverse posizioni suggerite da Escher, alla nostra percezione si alternano con continuità due diversi cubi.

L’edificio, rappresentato in *Belvedere*, riproduce il cubo impossibile, raccordando in modo paradossale il sopra e il sotto, che singolarmente possono sussistere.

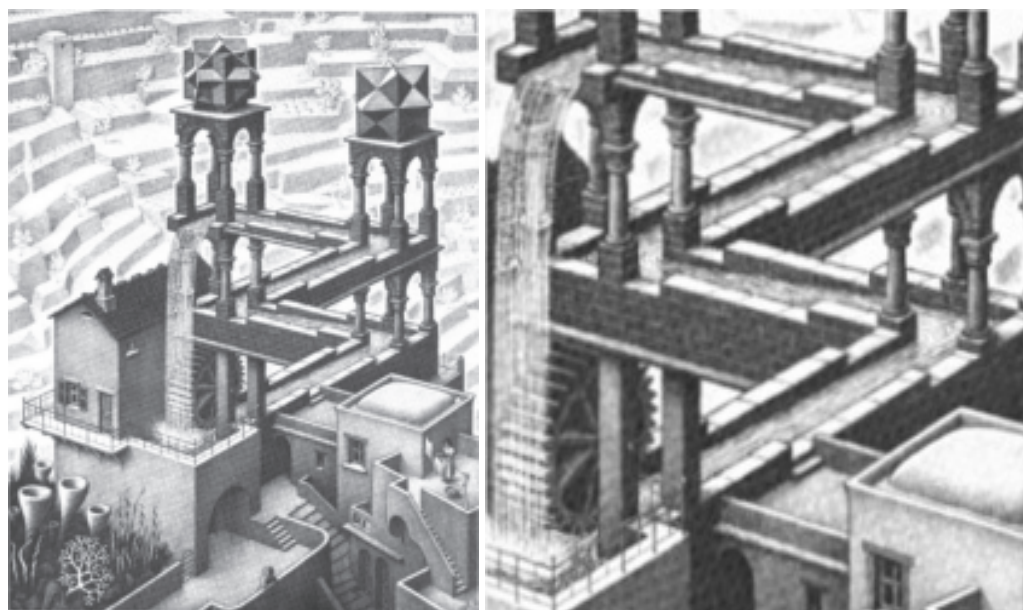
Passiamo ora alle due litografie, “*Salire e scendere*” del 1960 e “*Cascata*” del 1961, che esprimono la stessa impossibilità.

La prima evidenza che i personaggi che salgono le scale ritornati al punto di partenza si ritrovano più in basso rispetto al punto di partenza (o viceversa per quelli che scendono).



La seconda fa fare all'acqua un percorso del tutto incongruo, che sembra salire e scendere allo stesso momento.

In più la rappresentazione dà l'impressione che, dal punto di vista fisico, venga



infranto il principio di conservazione dell'energia, in quanto sembra che si possa realizzare un moto perpetuo con l'acqua che viene spinta dal basso verso l'alto.

Escher stesso, nel 1965, chiarisce il suo pensiero:

“Le leggi dei fenomeni che ci circondano - ordine, regolarità, ripetizioni cicliche e rinascite - hanno assunto per me un'importanza sempre maggiore. La consapevolezza della loro esistenza mi procura pace e conforto; con le mie stampe, cerco di testimoniare che viviamo in un mondo bello e ordinato e non in un caos senza forma, come sembra talvolta.

I miei soggetti sono spesso anche giocosi: non posso esimermi dallo scherzare con le nostre

inconfutabili certezze. Per esempio, è assai piacevole mescolare sapientemente la bidimensionalità con la tridimensionalità, la superficie piana con lo spazio, e divertirsi con la gravità. (...) È piacevole osservare che parecchie persone sembrano gradire questo tipo di giocosità, senza paura di cambiare opinione su realtà solide come rocce.”

Credo che nel suo intimo, però, si scontrassero forze molto laceranti, come l'incontro-scontro che ci può essere tra il sogno e la realtà, l'infinita ripetizione e la metamorfosi, il doppio, l'autoreferenzialità, l'infinito e il limitato, le contrastanti geometrie della visione, che egli tante volte ha rappresentato: tanti – starei per dire troppi – aspetti, che, in ogni caso, hanno stimolato molti dei grandi artisti, letterati, scienziati e filosofi del secolo precedente. Ecco, perché, l'opera di Escher ci affascina e sgomenta nello stesso tempo: sollevando, appunto, più domande nel nostro io profondo di quante risposte non siamo capaci di dare.

Continuiamo questa breve intrusione nel mondo dell'arte, traendo spunto da una ricerca effettuata, sotto la mia guida, da due studenti dell'Isia di Roma: Alessandro De Michele e Cleo Leonardi.

In tale studio sono stati esaminati tre artisti: Mondrian, Fontana e Pollock. Il loro percorso e le loro produzioni sono state individuate come paradigmatiche del passaggio dall'ordine al caos (anche se naturalmente le cose non sono così lineari!).

Ne riporto una lettura ed un esame della loro produzione in termini schematici, facendo precedere per ciascuno di essi brevi definizioni di ordine, disordine e caos.

Ordine

Struttura semplice,
chiaramente leggibile
grazie alla sua disposizione geometrica,
assegnatagli precedentemente.
Composizione razionale e ponderata,
riconducibile a una sequenza spazio temporale.

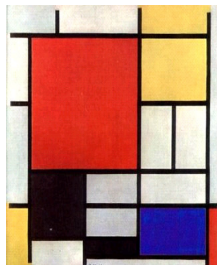
Mondrian

Ordine
Superfici bidimensionali
Assenza di prospettiva
Direzione determinata
Verticalismo
Orizzontalismo
Sottrazione
Forme geometriche regolari
Linee rette
Iconismo

Colori primari

Affermazione dell'armonia universale

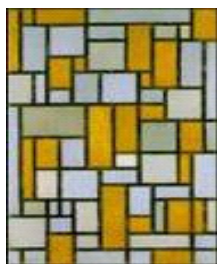
Oggettivismo



Piet Mondrian

Il gesto geometrico

L'originalità di Mondrian consiste nel tentativo di esprimere con la pittura non il sentimento individuale, ma il sentimento collettivo, universale, mediante un'unica forma che egli chiama "neutra", il rettangolo, perché in esso la linea non ha l'ambiguità della curva ma la decisione inequivocabile della retta e perché nei suoi angoli si equilibrano in unità le due forze contrastanti delle diverse direzioni della linea, quella verticale e quella orizzontale, ecco il raggiungimento della serenità al di sopra del contrasto, questo è per Mondrian lo scopo della pittura moderna.



Disordine

Struttura non ordinata linearmente,
non facilmente leggibile in termini geometrici.
Operazione svincolata da legami spazio-temporali,
da organizzazioni razionali,
priva di un metodo compositivo
prestabilito e sequenziale.

Fontana

Ordine/Disordine

Superfici tridimensionali

Assenza prospettiva

Direzione determinata

Dimensione topologica

Asportazione

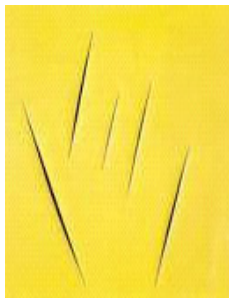
Forme libere irregolari

Tagli e buchi

Plasticismo

Colori primari e secondari

Atto dimostrativo

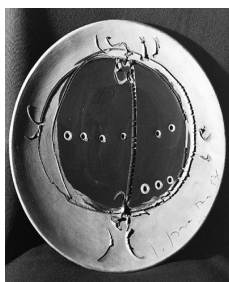


Lucio Fontana

La ritualità del gesto

L'operazione mentale di Fontana, che si risolve praticamente in un attimo, nel gesto di tagliare la tela, è molto più complessa e il gesto conclusivo non la rivela che in parte. Durante la fase operativa di creazione, Fontana percorre le tappe di un rituale.

Queste scandiscono il tempo dell'azione in fasi cronologiche precise, che testimoniano il passaggio dal pensiero puramente irrazionale e istintivo dell'intuizione artistica (pensiero caotico) alla concretizzazione logica che si articola in un ordine preparatorio che precede il gesto.



Caos

Struttura complessa
che sfugge a una comprensione
organizzata
in maniera lineare e prevedibile,
che al contrario
è presieduta
da un ordine proprio e stocastico.

Pollock

Strutture caotiche
Superfici bidimensionali
Assenza prospettiva
Direzione indeterminata
Dimensione topologica
Addizione
Forme libere geometriche irregolari
Linee curve barocche
Aniconismo
Timbri insoliti
Affermazione dell'individuo
Soggettivismo



Jackson Pollock

La danza del disordine

“Quando dipingo non ho l’esatta percezione di ciò che sta avvenendo, solo dopo mi rendo conto di ciò che ho fatto...”

È così che Jackson Pollock, definito da Carlo Giulio Argan “il maggiore maestro del caos moderno”, padre della pittura d’azione “Action Painting”, descrive i suoi momenti creativi.

Infatti il suo intento è di utilizzare la pittura come mezzo, non per descrivere i suoi sentimenti, ma per esprimerli.



A questo punto, molti altri sentieri ci sarebbero da percorrere, per far vedere come gli argomenti di cui ci stiamo occupando hanno lasciato e continuano a lasciare tracce: a volte evidentissime a volte ben camuffate, perché come dice Eraclito, altro superbissimo pensatore e anticipatore della complessità: “La natura ama nascondersi”. Ma occorre limitarsi.

Sentiamo, prima di chiudere, quanto ha da sottoporre alla nostra riflessione, ancora una volta, Edgar Morin:

“Che cos’è l’idea di caos? Si è dimenticato come fosse un’idea genesica. In essa si vede soltanto distruzione o disorganizzazione. L’idea di caos è invece anzitutto un’idea energetica; essa si accompagna al ribollire, al fiammeggiare, alla turbolenza. Il caos è un’idea preesistente alla distinzione, alla separazione, all’opposizione, un’idea dunque di indistinzione, di confusione fra potenza distruttrice e potenza creatrice, fra ordine e disordine, fra disintegrazione e organizzazione, fra Hybris e Dike.

Diventa allora manifesto che la cosmogenesi si effettua nel e tramite il caos. Caos è esattamente ciò che è inseparabile nel fenomeno biforme tramite il quale l’Universo, contemporaneamente, si disintegra e si organizza, si disperde e si costituisce attorno a molti nuclei...”

E torniamo, così, a Lucrezio, e a come con i suoi versi, ci dà ragione della formazione del mondo:

“Come fu che da un cieco accozzo di atomi
nacque la terra e il cielo e il mare profondo
e il sole e la luna e il loro cammino

adesso io ti spiego. Gli atomi certo
 non si disposero in ordine
 né per volere né per fisso disegno
 né s'accordaron fra loro sui moti
 che avrebbe ciascuno impresso al suo corso.
 Ma in mille maniere da tempo infinito
 movendosi, gli atomi urtati da colpi
 e spinti e portati dallo stesso lor peso,
 in mille maniere si unirono
 tentando, aggruppati, forme di vita:
 accade così che agitati nel tempo,
 provando ogni specie di incontro e di moto,
 pervennero infine a quel nesso improvviso,
 e questa fu la materia dei mondi,
 cioè della terra e del mare e del cielo
 e del genere umano e animale. “

Queste immagini che anticipano, con straordinaria intuizione, quanto osservato da Morin, restituiscono al Caos il profondo significato, riconosciuto dagli antichi, di “ciò che viene prima”; e gli attribuiscono, attraverso la casualità delle combinazioni di “urti” e “peso”, quel carattere di libertà creatrice che gli compete.

Bibliografia

1. B. de Finetti, *L'invenzione della verità*, Cortina Editore
2. E. Morin, *Il metodo*, Feltrinelli
3. G. Bruno, *Caos: il linguaggio della natura*, Lettera Internazionale, nn. 73/74
4. T. Lucrezio Caro, *Della Natura*, Sansoni Editore
5. I. Calvino, *Lezioni americane*, Einaudi
6. R. Musil, *L'uomo senza qualità*, Einaudi
7. J. L. Borges, *L'aleph*, Adelphi
8. D. R. Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach*, Adelphi
9. M. Bussagli, *Escher*, Art Dossier, Giunti
10. M. Serres, *Lucrezio e l'origine della fisica*, Sellerio editore Palermo
11. D. Ruelle, *Caso e Caos*, Bollati Boringhieri
12. G. I. Bischi, R. Carini, L. Gardini, P. Tenti, *Sulle orme del caos*, Bruno Mondadori
13. R. Osserman, *I frattali, frontiere del caos*, in Catalogo della Mostra “I frattali: la geometria dell'irregolare”, Istituto dell'Enciclopedia Italiana



Franco Voltaggio

Osservazioni sul pensiero di Bernard Bolzano ***Un caso di serendipità (serendipity) matematica***

Franco Voltaggio

Già libero docente di filosofia teoretica all'Università *La Sapienza* di Roma e professore associato di filosofia della scienza all'Università di Macerata. I suoi primitivi interessi si concentrarono sulla filosofia della matematica, cui ha dedicato numerose pubblicazioni: Bernard Bolzano, *Paradossi dell'infinito* (Milano, Feltrinelli, 1965), *Fondamenti della logica di Husserl* (Milano, Comunità, 1965), *Fondamenti della funzione critica* (Terni, TERNI, 1970), *Che cosa ha veramente detto Leibniz* (Roma, Ubaldini, 1971), *Bernard Bolzano e la dottrina della Scienza* (Milano, Comunità, 1974). Dalla metà degli anni Settanta si è occupato soprattutto di storia della scienza e di storia della filosofia. Particolare attenzione ha dedicato alla storia della medicina e della biologia, toccando 'aree di contagio' quali la psicoanalisi, l'antropologia culturale, l'etnologia, la storia delle religioni, convinto, come è, che le fantasie dell'immaginazione - oggetto privilegiato delle scienze umane - costituiscano il 'brodo di coltura' in cui sono maturate le *hard sciences* della biomedicina contemporanea. A questo proposito si ricordano qui: *L'arte della guarigione nelle culture umane* (Torino, Bollati Boringhieri, 1992), *Il medico nel bosco* (Roma, Di Renzo, 1995), *La medicina come scienza filosofica* (Roma- Bari, Laterza, 1998). Non dimentico dell'area tematica originaria da lui coltivata, ha ora dato alle stampe, per l'editore Aragno di Torino, l'edizione italiana della *Mathematical Preface* (1572), l'introduzione del dotto elisabettiano John Dee alla prima versione inglese (1570) degli *Elementi* di Euclide.

Premessa

Valersi del concetto di complessità in una qualsiasi scienza, in un sistema matematico come in quello di una qualsiasi altra scienza della natura, implica una procedura estremamente complessa. Non si tratta di un semplice gioco di parole. Ci troviamo infatti di fronte all'intreccio tra due dimensioni tra loro contraddittorie: la naturale aspettativa di pervenire a mettere a punto strumenti matematici che mettano ordine nella caoticità di un sistema, cogliendone la regolarità, vale a dire la coincidenza con il dettato di una o più leggi scientifiche, e l'impossibilità di farlo seguendo il procedimento consueto, riassumibile nella diade galileiana delle "certe esperienze e sensate dimostrazioni", in altre parole inserendo il contenuto dell'esperienza nel reticolo di un adeguato formalismo matematico. Proprio la matematica, tuttavia, nel caso di talune equazioni a n variabili ci mette in guardia dalla tentazione di affidarci a quello che potremmo chiamare il dogma della certezza scientifica, cioè la convinzione di poter trovare sempre il modo di spiegare i fenomeni, quale che sia il loro ambito, e di spiegarli nel solo modo lecito, ossia con gli strumenti matematici. Intendiamoci, questo non vuol dire che tale convinzione sia

del tutto scorretta, per l'appunto un dogma nell'accezione negativa del termine, soprattutto che sia insensata. Ove, infatti, essa non fosse più nutrita, la ricerca si arresterebbe e le scienze sparirebbero dall'orizzonte della conoscenza.

In realtà, lungi dal far getto della fiducia di riuscire a trovare le risposte giuste alle questioni affrontate nelle nostre indagini, dobbiamo declinarla come una *speranza*, l'aspettativa di trovare soluzioni certamente possibili, ma altrettanto certamente dotate di un altissimo grado di improbabilità, come d'altronde sa qualsiasi matematico per il quale la speranza (per l'esattezza la *speranza statistica*) è calcolabile in termini di *gradi di libertà* [chi quadratici], sì che la speranza, senza per questo cessare d'essere un affetto- nell'accezione psicoanalitica del termine- assume la dignità di *congettura*, cioè di procedura conoscitiva ¹. Perché questa declinazione continui occorre tuttavia compiere una serie di passi necessari. In primo luogo, riguardare la matematica non già come la scienza delle quantità, ma piuttosto come la dottrina generale delle qualità, una disciplina nella quale non compaiono grandezze, ma figure originarie, idee prime nel significato platonico del termine, non già concetti, ma vere e proprie *linee guida* che sono alla base del nostro stesso pensiero verbale e delle quali non si può avere conoscenza nel senso empirico del termine (averne, in altre parole il concetto) in quanto, essendo funzioni conoscitive primarie, pretendere di conoscerle equivarrebbe a pretendere di conoscere il conoscere, il che è manifestamente assurdo ².

Molte di queste figure sono contenute nel caos originario, in quello che il taoismo cinese chiama "La madre delle diecimila creature", giacché il caos non contiene unicamente le radici degli oggetti naturali, ma anche le funzioni primarie del processo conoscitivo. Il ruolo di queste radici è quello di rendere possibile agli oggetti naturali, attraverso le innumerevoli trasformazioni cui vanno incontro, di mantenersi entro una forma costante che non va tuttavia identificata con questo o quello oggetto specifico, ma con un insieme di eventi che, per quanto riguarda gli esseri viventi, in cui si sono sviluppate e si svilupperanno le variazioni e le mutazioni, rappresenta un contesto di invarianti (nascita, sviluppo, senescenza, morte) al modo stesso in cui per le particelle elementari, esiste un'invarianza fondamentale costituita dal loro *tempo di dimezzamento*. Se non esiste l'albero in sé o l'animale in sé, così come non si può parlare di particella in sé, esiste tuttavia la successione, già prevista, delle costanti in cui hanno luogo i processi di trasformazione. Si tratta di un vero e proprio bacino in cui si svolgono gli eventi. In biologia possiamo identificare questo bacino degli enti organici con il *bios*, ossia con la vita in generale, che non possiamo conoscere ma solo descrivere, parlando, a proposito dello sviluppo in generale, di processi di differenziazione. Ora, poiché il *bios* attrae, nelle sue innumerevoli varianti, i fenomeni biologici, possiamo dire che svolge la funzione di *attrattore*. Caratteristica dell'attrattore è per definizione l'invisibilità e l'indefinibilità. E' appena il caso di sottolineare che nessuno può vedere o studiare il *bios* o "vita" a modo stesso in cui gli è per contro possibile vedere o studiare il singolo vivente. Né le cose vanno diversamente nell'inorganico, dominato da quella singolarissima "particella strana" che è il *quark* ³, che nessuno è

riuscito a visualizzare (per inciso, può essere utile ricordare che le particelle elementari non “si vedono” ma si *visualizzano*, cioè si rendono evidenti constatandone gli effetti mediante i comuni rivelatori di laboratorio come, ad esempio, la “camera a nebbia”).

Le considerazioni sin qui svolte possono altrettanto bene convenirsi per le idee guida della nostra conoscenza e, in particolare, per quella superiore conoscenza che, sulla scorta di una millenaria tradizione, è costituita dalla matematica. Il suo attrattore primario è il punto che, ovviamente, non può definirsi un concetto in quanto, rinviando ad una grandezza non ulteriormente divisibile, non trova riscontro alcuno in natura, giacché non v'è corpo che non si possa illimitatamente dividere. Dunque non si può conoscere e conseguentemente non è possibile averne il concetto.

È una forma imprescindibile tuttavia per procedere in geometria, come rivelano con chiarezza tutte le costruzioni dei piani e dei solidi descritte negli *Elementi* di Euclide ottenute muovendo il punto nello spazio, e non è qui necessario rammentare come, mettendo a punto i rapporti che nascono da questo movimento e i teoremi relativi, sia possibile costruire la geometria euclidea, salvo poi a dimostrare che essa è un caso particolare di geometria non euclidea. Non se ne può fare a meno neppure in aritmetica, in quanto il numero- che denomina una “molteplicità determinata”, secondo la classica definizione di Eubulide di Mileto - è definito in base alla sua corrispondenza biunivoca con il punto del piano euclideo.

Quello che sembra un paradosso, ma in realtà non lo è, è il fatto che il numero, il quale sembra rinviare all'operazione decisamente empirica del contare, a partire dall'uso delle cinque dita della mano, non è definibile altro che in relazione a un “non oggetto” qual è il punto.

Stando così le cose, possiamo chiederci come l'uomo abbia per la prima volta avuto consapevolezza dell'esistenza di questo attrattore. E' presumibile che l'abbia avuta riflettendo a peculiari circostanze della sua esperienza, come la visione di un puntino luminoso o la percezione di un momento di arresto, come, d'altronde, è possibile cogliere in quel vertiginoso testo della sapienza cinese che è il *Libro dei Mutamenti*, tutto giocato sulla contrapposizione tra movimento e cessazione del movimento. Come dire che la consapevolezza dell'esistenza del punto è il contenuto di un *insight* originario, dunque di un accadimento tipico dell'immaginazione. Il punto può altresì emergere da una “complicazione filosofica” o meglio filosofico-scientifica come risulta chiarissimo da un'argomentazione condotta da Democrito (V secolo a.C.) nel *Piccolo sistema dell'universo* e così ricostruibile:

- a) sappiamo che non v'è oggetto che non sia, in quanto esteso, divisibile ulteriormente, ma non possiamo *pensare* che le parti che lo costituiscono siano a loro volta illimitatamente divisibili, giacché se così fosse l'oggetto svanirebbe nel nulla;
- b) i suoi elementi costitutivi primari devono perciò esser pensati come indivisibili;
- c) a questa scoperta può guidarci una circostanza frequentemente riscontrabile nella comune esperienza sensibile: se per esempio consideriamo una spada, la pensiamo costituita dalla lama e dalla punta. Ora se la punta è oggettivamente divisibile

in innumerevoli parti al pari della lama, è però vero che non possiamo non pensare la punta come indivisibile, poiché, in caso contrario, non potremmo distinguere la seconda dalla prima. L'indivisibile è perciò un requisito del pensiero di cui non possiamo fare a meno se vogliamo capire qualche cosa del mondo. Materializzando il punto, Democrito lo chiamò *átomos* (indivisibile) e introdusse un'idea, feconda applicazione dell'attrattore matematico per eccellenza, il punto (già scoperto dalla cultura preeuclidea), alla fisica.

In buona sostanza, Democrito operò combinando un *insight* cruciale dell'immaginazione della specie con una riflessione speculativa su certi dilemmi della fisica del suo tempo. E' probabile che, a dispetto della magnifica ossessione greca per il punto, non avesse pensato in un primo tempo a questa applicazione, talché la sua fu perciò, per molti versi, una scoperta.

I fattori in campo furono sagacia, curiosità, fantasia e un briciolo di fortuna, in una parola tutto quel che contraddistinse i tre principi di Serendip (l'antico nome di Srilanka) del celebre romanzo di Horace Walpole (1717-1787) i quali, un po' per il loro acume, un po' per buona sorte trovarono quello che non avevano cercato. È questa la *serendipity* o *serendipità*, così come oggi viene concepita dagli scienziati e dagli storici e filosofi della scienza. Cruciale è comunque il fatto che essa, proprio in quanto culmina nella scoperta, cioè l'individuazione di qualcosa di inegabilmente vero, quale è una radice dei nostri processi conoscitivi, è strettamente connessa alla dimensione della complessità.

Sin qui abbiamo discusso di una scoperta fisico- matematica, quella del punto materiale o atomo fatta da Democrito, ma esistono tuttavia numerose scoperte puramente matematiche, dunque esempi di serendipità matematica, in cui lo scopritore è unicamente guidato dalla cosiddetta "complicazione" filosofica o in cui, se preferiamo, il tratto serendipico è la mera passione speculativa. A nostro parere, il caso più significativo è costituito dalle ricerche e dai teoremi di un matematico e filosofo boemo, Bernard Nepomuk Johann Bolzano (1781- 1848), cui si devono, oltre al celebre teorema, noto come teorema di Bolzano Weierstrass- "dato un punto, è sempre possibile trovare un'infinità di punti in ogni intorno di esso"- che definisce il *punto di accumulazione* o di *compattezza* (*Häufungsstelle*)⁴ una serie di osservazioni sui paradossi dell'infinito che costituiscono un filone di ricerca in cui vengono anticipate molte delle successive dottrine matematiche dell'infinito. L'attrattore colto da Bolzano è per l'appunto l'infinito. L'impulso filosofico che guida alla sua scoperta è l'idea di verità o meglio di verità in sé .

La ricerca della verità

Bolzano, nato a Praga, dove trascorse tutta la vita, da famiglia di origine italiana, si iscrisse nella locale università, frequentando i corsi della facoltà di Filosofia e studiando intensamente matematica, fisica, logica, nonché teologia. Nel 1805 fu ordinato sacerdote dall'Arcivescovo di Praga e in quello stesso anno ottenne la cattedra di Filosofia della religione. Il giovane professore ebbe molto successo in

quanto le sue lezioni, pur nel rispetto dell'ortodossia religiosa, erano animate dalle medesime aspirazioni alla libertà proprie dei suoi connazionali. Fu per questa ragione che suscitò il sospetto del governo di Vienna al punto che nel 1819 la cancelleria imperiale emise un decreto di rimozione di Bolzano dall'insegnamento e ordinò alla curia arcivescovile di sospenderlo *a divinis*. La cosa finì con il diventare un caso nazionale perché l'arcivescovo si rifiutò di ordinare la sospensione, non avendo la commissione di curia, all'uopo costituita, riscontrato nei suoi scritti nulla di eterodosso. Seguì una lunga controversia tra la cancelleria imperiale, appoggiata dai gesuiti ostili a Bolzano, e l'arcivescovato di Praga che si risolse solo nel 1824. Chiuso il caso, l'imperatore concesse a Bolzano una modesta pensione. Nonostante l'amarezza e la povertà che l'afflissero nella seconda parte della vita, furono anni di intensa produttività. Bolzano scrisse infatti tre opere importanti, *Athanasia oder Gründe für die Unsterblichkeit der Seele* (Atanasia o delle ragioni dell'immortalità dell'anima) [1827], *Wissenschaftslehre* (Dottrina della scienza) [1837], *Paradoxien des Unendlichen* (Paradossi dell'infinito) [1847, ma pubblicato postumo nel 1851 dall'amico E. Prihonsky].

La complicazione filosofica di Bolzano può definirsi la ricerca della verità. Sotto un certo aspetto, il suo non parrebbe certamente un intento speculativo originale. È difficile infatti pensare che un filosofo o uno scienziato non la ricerchi. E' però indubbio che se cogliere la verità costituisce l'ambizione neppure tanto segreta di qualsiasi ricercatore, altrettanto indubbio è che ricercarla implica un'indagine incessante, una vera e propria *unended quest* come affermava Popper, talché, a rigore, la verità è inattingibile una volta per tutte, a meno che non la si identifichi con la sua ricerca come in definitiva sosteneva Platone e come affermava Popper. Per solito lo scienziato di campo sa che, lungi dal parlare di verità assolute, le risultanze dei suoi studi, al momento della messa a punto della teoria, lo autorizzano al più a parlare di verità "locali" o "regionali". Tali sono, ad esempio, le leggi delle scienze esatte della natura, che possono essere smentite⁵ dai progressi delle conoscenze. Aggiungiamo che quel che vale, a questo proposito, nelle scienze, vale altrettanto nell'etica e nella politica, contesti della condotta umana in cui, al di là di quanto emerge di certo (per presto scomparire) nella comunicazione e nell'interagire umano, sembrerebbe assodato come "unico vero" quel che afferma Cecov, chiudendo il bellissimo e struggente racconto lungo *Il duello*, "non esiste la verità vera". Solo che Bolzano era un teologo. Come tale riteneva che la verità, intesa come assoluto incontrovertibile, esistesse e che fosse possibile, anzi doveroso, dimostrarne l'esistenza. Per farlo doveva, in primo luogo, confutare la teoria dominante, ossia l'idealismo, da lui identificato con la filosofia di Kant e, in particolare, quella parte della *dottrina trascendentale degli elementi* che nella *Critica della critica della Ration pura* che è la "estetica trascendentale". Espose le sue argomentazioni nella *Wissenschaftslehre* (Dottrina della scienza) cui non a caso il fido Prihonsky dava il sottotitolo di *Antikant*. Ma che cosa è per Bolzano la dottrina della scienza?

Stando alla definizione che ne fornisce nella *Wissenschaftslehre*⁶ "la dottrina della

scienza" è "l'insieme delle regole con le quali procedere per distribuire e suddividere l'intero contesto delle verità nelle singole discipline, nonché delle regole che vanno applicate per illustrare le scienze in convenienti e rigorosi trattati. D'altronde, poiché in definitiva si intende da sé che una scienza, la quale ci voglia insegnare il modo in cui poter distribuire l'intero contesto delle verità delle singole scienze, essendo altresì possibile illustrarla adeguatamente solo a patto di averne prima ben delimitato i confini, potremmo allora semplificare la nostra spiegazione della natura della dottrina della scienza, limitandoci ad osservare che essa è quella particolare disciplina che ci indica il modo conveniente per esporre le scienze in trattati".

Significato della definizione

La definizione che Bolzano fornisce della sua "dottrina della scienza" è volutamente dimessa. Lo è per due buone ragioni: la verità esiste e non v'è sapere rigoroso che ne sia privo; stando così le cose, non conta tanto conoscere i processi attraverso i quali si forma il pensiero, quanto individuare le regole che consentono di scoprire la verità e, per essa, i singoli veri, articolandoli e connettendoli onde dar vita ad una scienza. La disciplina di riferimento è la matematica, intesa come materia analitica, un referente culturale illustre e dotato di certezza apodittica. Sotto questo aspetto, Bolzano parrebbe muoversi all'interno di una prospettiva comune tanto a Descartes e alla tradizione cartesiana, quanto allo stesso Kant, se non altro per l'indole esemplare che gli enunciati matematici manifestano per l'ideale della conoscenza scientifica. Si tratta tuttavia di un'affinità apparente. A differenza infatti di Descartes, Bolzano non si vale di questa certezza per dimostrare la realtà dell'uomo, del mondo e di Dio secondo la classica procedura cartesiana in ordine alla quale, sulla scorta del dubbio iperbolico, si spiega come, essendo certamente possibile dubitare di tutto ad eccezione del dubitare stesso, dunque del pensare, il soggetto umano, pervenendo all'identificazione di sé come "colui che pensa", perviene ad acquisire assoluta sicura nozione del suo essere una sostanza pensante (*cogito, ergo sum res cogitans*) e di cogliere, come a sé contrapposta una sostanza identificabile con la natura o mondo, il cui carattere essenziale è l'estensione (*res extensa*). Il soggetto ne deduce una duplice certezza: l'indubbia esistenza delle due sostanze e, nel contempo, la loro reciproca alterità che ne fa due *res inter se repugnantes*, le quali possono entrare in contatto tra loro per il tramite di una terza sostanza che interviene come un medio, Dio, la cui esistenza non può essere posta in dubbio, giacché la sua idea è quella di un essere del quale non si può pensare nulla di più perfetto, talché, annoverandosi tra le perfezioni l'esistenza, questa non può essergli contestata senza contraddizioni. Resta, ciò non di meno, il fatto che l'idea di Dio, se è in sé non contraddittoria, non può essere riguardata come prova reale della sua esistenza, dal momento che manca la condizione prima della certezza empirica, secondo cui di ogni ente si può asserire l'esistenza solo a patto di averne percezione, il che è ovviamente impossibile. Si repli-

cherebbe così l'intrinseca debolezza della nota prova di Anselmo d'Aosta che aveva sostenuto nel *Proslogion* un'argomentazione decisamente identica a quella cartesiana. Tutto ciò certamente non toglie nulla alla forza della metafisica cartesiana, una forza di cui possono darsi due spiegazioni non inattendibili, l'una storica, l'altra interna alla peculiare natura della filosofia di Descartes. La prima rinvia alla finalità, in qualche modo espressione del clima speculativo del XVII secolo, di operare una sorta di laicizzazione dei fondamenti della conoscenza, sostituendo al Dio della teologia cristiana l'uomo, ponendolo al centro dell'universo. La seconda riposa su quella che potremmo chiamare l'ideologia del sapere scientifico: l'intera somma delle conoscenze garantite dalle scienze esatte, supportate dal ragionamento matematico e dal suo linguaggio, ha una tale capacità di convincimento che ad esse ci si deve riferire quando si approntano metodi e canoni per la decifrazione conoscitiva del reale. E' in esse che si trova il fondamento per dare una ragion d'essere alla stessa teologia.

La teoria dell'intuizione

L'estraneità di Bolzano alla prospettiva cartesiana si spiega, in primissima istanza, con una posizione pregiudiziale che si fonda nettamente sull'ortodossia cattolica. L'esistenza di Dio, così come l'esistenza della realtà esterna, opera del Creatore, sono verità di fede- così come è una verità assoluta l'immortalità dell'anima umana- e, perciò stesso, verità assolute che non hanno bisogno di essere provate. Semmai il problema è un altro: come *conoscere* la verità, specie quando questa non coincide con gli assoluti sopra menzionati, ma si esprime negli oggetti, *naturalia* e *artefacta*, e le contingenze dell'esperienza? Per dimostrare la possibilità della conoscenza Bolzano fa ricorso alla logica, per la precisione al suo primo livello, ossia a quello dell'*apofantica*, ossia della logica dichiarativa. Ogni contenuto di conoscenza può esprimersi nella forma di un enunciato (*Satz*)⁷, nel quale un soggetto è collegato con uno o più predicati, che ne definiscono le qualità. Alcune di queste qualità appartengono al soggetto *sempre*, altre, per contro, *ora* o *allora*. Da questa semplice considerazione si traggono due conclusioni di grande portata. La prima concerne la forma generale degli enunciati, che non è più copulativa, ossia del tipo "A è B", ma "A ha B"; la seconda, strettamente correlata alla prima, investe il tempo che può essere *sempre*, *ora*, *allora*. L'enunciato "Il cavallo è un quadrupede" ci dice che questo soggetto ha sempre come predicato la quadrupedalità. Per contro l'enunciato "Totti è un calciatore" afferma che lo è *ora*, e implicitamente, che non lo è stato da bambino e non lo sarà da vecchio. Ne consegue che *il tempo è la condizione che permette di attribuire con verità a un dato soggetto un determinato predicato*. Il mezzo conoscitivo impiegato per attribuirlo è l'*intuizione*.

Bolzano concepisce l'intuizione al modo della gnoseologia tradizionale, vale a dire come una sorta di visione. Se, da un lato, non è minimamente interessato a scoprire che cosa consenta di attivarla, dall'altro, per contro, concentra l'atten-

zione sulla sua valenza conoscitiva. In effetti, quella intuitiva è, sia pure a un livello inferiore rispetto al concetto, una vera conoscenza consistente nel cogliere *qui e adesso* una proprietà che appartenga ad una cosa. Sotto questo aspetto, in ordine al lessico gnoseologico dell'epoca, essa è una "rappresentazione" (*Vorstellung*). Stante la sua naturale affinità con il vedere, l'intuizione ha come contenuto un singolo *quid* che ne fa una "rappresentazione individua" (*Einzelvorstellung*) e, d'altronde, è indubbio che il soggetto vede di volta in volta questa o quella cosa e questa o quella sua proprietà, dal momento che, tanto per fare un esempio, nessuno potrebbe affermare di vedere *d'emblée* tutto un bosco, ma solo, di volta in volta, un singolo albero o uno scoiattolo che si arrampica sul suo tronco.

Per certi versi, l'argomentazione di Bolzano è discutibile, anche se sembra confermata da quanto ci risulta dalla fisiologia della visione, giacché sappiamo che comunque l'esperienza ci mette a diretto confronto con la cosiddetta "visione d'insieme", talché l'intuizione sarebbe, a ben riflettere, come riteneva Kant, una facoltà di indole piuttosto sintetica che analitica. Da questo punto di vista, l'idea della *Einzelvorstellung* sarebbe, se non decisamente errata, per lo meno aporetica. Probabilmente è così. Resta tuttavia il fatto che questa concezione permette a Bolzano di condurre una serrata critica dell'estetica trascendentale kantiana che porta il filosofo boemo a conclusioni di grande portata speculativa. Vediamo come e perché.

La critica del concetto di spazio e di tempo in Kant

Nell'estetica trascendentale Kant, accogliendo la definizione tradizionale del tempo come l'insieme di tutti i tempi, ne pone giustamente in evidenza il carattere antinomico, giacché il presente esclude il passato e il futuro. Antinomica è anche la definizione dello spazio quale insieme di tutti i luoghi, poiché lo spazio assoluto, inteso come una sorta di contenitore che racchiude in sé tutti i luoghi, postulerebbe a rigore l'esistenza di uno spazio o luogo che lo contenesse e questo secondo contenitore ne postulerebbe un altro che a sua volta lo contenesse e così via all'infinito⁸. D'altra parte è pur vero che l'uomo conosce nel tempo e nello spazio ed è altrettanto vero, come aveva dimostrato Newton nell'introduzione ai *Naturalis Philosophiae Principia mathematica* (1687) che nessuno avrebbe potuto effettuare misure se spazi e tempi relativi non avessero fatto riferimento a uno spazio e a un tempo che egli riguardava come grandezze fisiche assolute⁹.

Come è noto, Kant esclude la realtà fisica dello spazio e del tempo, ma ne accoglie il carattere di a priori che Newton aveva ad essi conferito. Sostenne che ciò che li caratterizzava era semplicemente la loro *forma*, la coesistenza di tutti i fenomeni (*Erscheinungen*) [spazio] e la successione di tutti gli eventi in cui di volta si manifestavano nella loro facies di fenomeni (tempo), definendoli perciò "intuizioni pure (ossia senza contenuto empirico) a priori" o, meglio, "forme pure a priori della sensibilità".

L'intera argomentazione di Kant era incentrata sul ruolo attivo del soggetto uma-

no nella conoscenza, in ordine al quale si afferma che: a) ogni dato conoscitivo, sia esso una sensazione o un concetto, non è che una rappresentazione del soggetto umano, talché l'indipendente autonomia ed esistenza del reale può certamente essere pensata (*noúmeno*) ma non asserita, né tanto meno dimostrata; b) l'esperienza mette in luce l'indole creativa dell'io che ne è il vero autore (*Urheber*).

Per la concezione teologica del mondo, qual era quella di Bolzano, si tratta di una prospettiva inaccettabile in quanto farebbe della conoscenza umana un'attività simile all'onniscienza divina e attribuirebbe altresì all'uomo, in quanto autore dell'esperienza, una posizione simile a quella di Dio, usurpandone la funzione primaria di creatore della realtà. A ciò si aggiunga il fatto che per Bolzano - del che si è discusso prima a sufficienza - un'intuizione non può essere altro che una *Einzelvorstellung*, sì che è del tutto impossibile che si possa intuire una coesistenza, di fatto una molteplicità di cose. Pietra miliare della sua costruzione resta la funzione del tempo quale condizione che permette di asserire con verità l'appartenenza di una proprietà ad una cosa, fermo altresì restando che il mondo della conoscenza è fatto non già di fenomeni ma di cose, quelle che il Creatore ha posto in essere direttamente o facendo intervenire l'uomo. Non solo la verità esiste, ma è sempre possibile, rispettando la condizione temporale, scoprirla.

Infinito e verità

Quante sono le verità? *Potenzialmente* infinite. Poiché non vi sono limiti all'esperienza conoscitiva dell'uomo, è sempre lecito formulare enunciati indiscutibilmente veri. Sotto questo aspetto, parrebbe che per Bolzano sia garantita almeno l'esistenza di un infinito *potenziale*. In realtà non è così. Quello di Bolzano è, in realtà un infinito *attuale*. Vediamo perché.

Prendiamo in considerazione un qualsiasi asserto come "Carlo è un corridore" (A). È, questo, un enunciato indiscutibilmente vero, se esiste un uomo che si chiama Carlo cui appartenga oggi, dunque nel *tempo*, tra le altre proprietà, quella di essere un corridore. Possiamo tuttavia sbagliarci e attribuire a questo oggetto una qualità che non gli appartiene. In tal caso l'enunciato A sarebbe falso, ma l'enunciato che ne asserisce la falsità, "A non è un corridore" (B) è vero. Quale che sia la forma dell'enunciazione, disponiamo sempre e comunque di una verità.

Immaginiamo ora, per un momento, che la nostra esperienza sia stata condizionata da una congiura delle circostanze tale da impedirci di asserire con certezza la falsità di A e la verità di B. Al pari degli scettici, trascinati dal dubbio, arriviamo a sostenere che "la verità è inconoscibile" o, più semplicemente, che "la verità non esiste" o "tutte le proposizioni sono false" (C). Anche in questo caso tuttavia ci troviamo di fronte ad una verità. Se, infatti, C è vero, allora "non è vero che tutte le proposizioni sono false" (D). Ne consegue che c'è almeno una verità, per l'appunto quella espressa in D¹⁰. La natura di questa verità è tale da non riferirsi a questo o a quel singolo enunciato, ma a tutti gli enunciati in generale. Essa è perciò una *verità in sé*, dalla quale scaturiscono altre verità in sé. Se infatti D è

una proposizione vera, allora anche la proposizione che afferma "D è vera" (E) è vera e allo stesso modo la proposizione che afferma che "E è vera" (F) è vera e la proposizione che afferma "F è vera" (G) è vera e "G è vera" è vera e così via all'infinito. Ne consegue che il numero delle verità in sé è infinito. Solo Dio, per definizione infinito, è in grado di coglierle tutte, il che non significa che esse siano tali, ossia in sé e infinite, in quanto pensate da Dio, ma unicamente che soltanto Dio, inteso come soggetto conoscente, può conoscerle. In realtà l'esistenza delle verità in sé non dipende dalla conoscenza. Come dire che esse esistono indipendentemente dal fatto che qualcuno le conosca o non.

In una prospettiva quale quella dell'idealismo, lo sviluppo all'infinito delle verità in sé è una mera tautologia. Dal punto di vista del soggetto conoscente, quale è considerato nella *Denklehre* dell'idealismo, questa tautologia sarebbe una mera *petitio principii* e avrebbe al più il carattere di un'affermazione retorica delle buone intenzioni di uno scienziato esprimibile all'incirca così: "la verità esiste e dunque io sono legittimato, anzi obbligato, a ricercarla". Per Hegel si tratterebbe di una mera ripetitività che non può definirsi altro se non come una "cattiva infinità" (*schlechte Unendlichkeit*). Ove volessimo aderire all'idealismo e, in particolare, al primo esempio della sua *Denklehre*, cioè alla filosofia trascendentale kantiana, non c'è dubbio che qui ci troveremmo di fronte alla totale assenza di sintesi, cioè di conoscenza, ossia, per l'appunto di fronte ad una mera tautologia. Solo che quel che vale per la conoscenza in generale non vale affatto in matematica.

Il fondamento della matematica è, di fatto, una tautologia. Basta considerare che il numero di tutti i numeri si ottiene elevando all'ennesima potenza una base, 1, che, moltiplicata per se stessa, dà sempre 1 (*concetto della quantità univoca*). La moltiplicazione della base per se stessa, che nasce sotto il segno dell'intersezione [moltiplicazione] (x), può essere sostituita da un'addizione (+) che replica illimitatamente il prodotto della potenza di 1, tale da aversi 1 elevato a 2=1, 1 elevato a 3=1, 1 elevato a 4=1, 1 elevato a 5=1, 1 elevato a n=1, sì che l'intera successione dei numeri non è che la somma delle potenze di 1, ossia la sequenza delle potenze di 1. Questa ripetitività è ovviamente una tautologia, ma non si vede come sarebbe possibile ottenere tutti i numeri e un qualsivoglia numero senza farne uso. L'addizione e la moltiplicazione sono operazioni che, applicate a un qualsiasi contesto di oggetti della forma più semplice, un aggregato, permettono di numerarlo e contarli. Le proprietà definite nell'aritmetica elementare *notevoli*, quali, ad esempio, la transitività e la commutatività, non sono assiomi, né principi regolativi, ma canoni operativi che traggono origine dalla pratica del contare. Nel complesso si può affermare che le operazioni note, addizione (+), moltiplicazione (x), sottrazione (-), divisione (:) sono primarie, mentre i canoni operativi sono derivati. La regola primaria o *assioma fondamentale dell'aritmetica* è una tautologia sopra descritta come concetto della quantità univoca. Ma la tautologia è anche l'infinito, giacché in esso sono impliciti i suoi sviluppi.

Da questa prospettiva scaturiscono due conseguenze: la natura squisitamente analitica della matematica che, in definitiva, è la facies storica delle verità in sé e,

come si è precedenza affermato; l'effettiva realtà di un infinito attuale che costituisce un'anticipazione delle teorie, sviluppate nella seconda metà del XIX, intese a dimostrare la possibilità di un calcolo dell'infinito. Per quanto concerne il primo punto, la rivendicazione dell'approccio analitico si articola come una sorta di *pars destruens* consistente nella serrata confutazione della dottrina kantiana dei giudizi sintetici a priori. A questo riguardo può essere utile mettere a confronto la relativa argomentazione di Kant e la confutazione di Bolzano.

Nella *Critica della Racion pura* Kant sostiene quanto segue: “Veramente si dovrebbe immediatamente pensare a rigore che la proposizione “ $5 + 7 = 12$ ” sia una mera proposizione analitica risultante, in base al principio di contraddizione, dal concetto di una somma di sette e di cinque. Tuttavia, se si osserva più attentamente, si vedrà che il concetto della somma di 7 e 5 non contiene altro che l'unione di due numeri in uno solo, senza che sia affatto pensato quale sia questo numero unico che li abbraccia entrambi. Il concetto di dodici non è per nulla affatto pensato per il fatto che io penso semplicemente quella unione di sette e di cinque e per quanto io possa analizzare il mio concetto di una tale possibile somma, non otterrò mai dodici. Bisogna oltrepassare questi concetti ricorrendo all'intuizione, che corrisponde a uno dei numeri, per esempio alle cinque dita della mano o, come nella sua aritmetica fa Segner¹¹, a cinque punti, aggiungendo successivamente al concetto le unità del numero cinque date nell'intuizione. Infatti, se io prendo prima il numero 7 e, ricorrendo per il concetto di cinque alle dita della mia mano come intuizione, aggiungo una per una nella mia immagine al numero 7 le unità prima prese insieme per produrre il numero 5, vedo scaturire il numero 12. Avevo già pensato nel concetto di $7 + 5$ il fatto che 5 e 7 dovessero addizionarsi, ma non avevo tuttavia pensato che questa somma fosse eguale a 12. La proposizione aritmetica è dunque sintetica, ciò che risulta anche più chiaro quanto più alte siano le cifre che si prendono, in quanto è evidente che potremmo a piacer nostro girare e rigiurare i nostri concetti ma, senza ricorrere all'intuizione, non potremmo mai con la loro mera analisi trovare la somma”¹².

Ed ecco la confutazione di Bolzano: “Da questi e simili esempi credo di poter inferire che Kant imputava all'effetto di un'intuizione adeguata e pura quel che viene supposto in base a certe ragioni rappresentate solo in modo confuso, per lo più in base alla testimonianza dei sensi, della vista in particolare. In effetti, nonostante i matematici siano riusciti a spiegare i loro concetti in modo più adeguato, come a condurre le loro prove in modo più rigoroso di quanto non sia stato sinora il caso di qualsiasi altra scienza, pure non si può dire che abbiano fatto ancora grandi progressi nell'esplicitazione dei loro primi e più generali concetti, al punto da presentare i loro concetti primitivi (*ihre ersten Sätze*) o senza prove o con prove tali che non è possibile definire scientifiche: Così, per esempio, nei comuni manuali di aritmetica non si trova alcuna spiegazione adeguata del concetto di somma: Ciò ammesso, una volta che si dica che per somma si pensa un aggregato nel quale, senza far caso all'ordine in cui si pongano, debbano comunque le parti delle parti essere riguardate come parti del tutto (come si è già osservato nel

paragrafo 84), da questa spiegazione della somma dovrebbe immediatamente seguire la proposizione analitica secondo cui " $a + (b + c) = (a + b) + c$ ". Applicando questo principio e addizionando così $7+1=8$, $+1=9$ e così via, la proposizione " $7+5=12$ " apparirebbe chiaramente come una mera proposizione analitica, che non richiede affatto l'intuizione. Lo stesso Kant sarebbe stato imbarazzato nel precisare quale tipo di intuizione dovrebbe qui aver luogo"¹³

L'argomentazione di Bolzano parrebbe, per certi versi, confutabile, ma questa confutazione investe con forza decisamente maggiore il discorso di Kant. Se infatti applichiamo ad una qualsiasi addizione la procedura consentita dai gruppi abeliani, possiamo sostituire con lo zero gli addendi, tale da avere, per esempio, in luogo di " $7 + 5=12$ ", $(0) + (0) = (0)$. In questo caso la sintesi non è espressa dal nuovo numero, 12, ma dall'insieme somma, un insieme contrassegnato dalle sue proprietà espresse dai segni $+$ e $=$. Che poi il nuovo numero si ottenga per via analitica o per intuizione - un'intuizione di cui giustamente Bolzano accusa Kant di non spiegare la natura - è irrilevante.

Ad un'attenta riflessione, tuttavia, la confutabilità della tesi di Bolzano risulta solo apparente. Egli è infatti pienamente legittimato nella sua adozione della via analitica in quanto, nell'esaminare una somma- e sotto questo aspetto è assai più vicino ad Abel¹⁴ di quanto non appaia- non prende in considerazione l'indole specifica degli addendi, ma il modo con cui si combinano tra loro, concentrando l'attenzione quindi non tanto sui contenuti quanto piuttosto sulla *forma della combinazione*. Per farlo occorre riguardare gli oggetti che "si trovano insieme" e non già un singolo oggetto tra questi. Va tenuto infatti conto della circostanza che gli oggetti, siano questi cose o grandezze matematiche come i numeri, possono trovarsi, per così dire, in mucchio o combinati tra loro secondo specifiche proprietà, un carattere, questo, che definisce l'insieme propriamente detto. Questo consente a Bolzano di abbozzare una vera e propria *Mengenlehre* (teoria degli insiemi), visualizzando insiemi infinitamente grandi e infinitamente piccoli ed anticipando in più di un punto Cantor¹⁵. Si veda, in particolare la definizione che Cantor dà dell'insieme: "Ogni insieme ha una potenza che è anche il suo numero cardinale. Noi attribuiamo il nome di potenza (*Mächtigkeit*) o numero cardinale di M a quel concetto generale che, per mezzo del nostro intelletto, scaturisce dall'insieme M quando facciamo astrazione dai vari elementi M e dall'ordine [solo in un secondo momento consideriamo la forma o proprietà dell'insieme] in cui sono dati"¹⁶.

Postilla conclusiva

L'influenza di Bolzano è stata nel contempo tardiva e determinante. Le circostanze della sua vita e l'appartenenza ad un'area relativamente marginale della cultura tedesca furono causa di questo ritardo, che però fu pienamente recuperato a partire dalla fine dell'Ottocento. Sotto il profilo dei progressi della matematica, l'interesse degli studiosi di campo, alle prese con la "crisi dei fondamenti", si incentrò sul contributo recato da Bolzano alla teoria degli insiemi, all'aritmetizzazione

della “regina delle scienze”, alla sua preoccupazione, decisamente neoleibniziana, di riguardarla come una disciplina delle *qualità* e delle forme e non già delle *quantità*. Non meno significativo fu l’apporto di Bolzano al rinnovamento della filosofia. La fenomenologia di Husserl, nata dall’ambizione di affrancare la dottrina della conoscenza dallo psicologismo e dallo stesso kantismo, deve moltissimo a lui ¹⁷. Da ultimo l’idea di Popper del “mondo 3”, un’area del reale costituita dalle idee e dai libri, del tutto separata dai loro stessi autori, nasce dalla sua teoria delle “verità in sé”. Ancora più rilevante, se possibile, il debito che la logica formale ha per le ricerche da lui condotte nella *Wissenschaftslehre*.

Questa straordinaria ricchezza di suggestioni non si originò in lui da interessi di campo, matematico o logico che esso fosse, ma dall’ambizione di mettere a punto una dottrina della conoscenza purificata dal soggettivismo che nel suo nitore riflettesse in modo rigorosamente ortodosso l’ordine della Creazione divina. Una “complicazione filosofica” dunque o meglio teologica. Fu questa, come si è già detto in premessa, la *serendipity* di Bolzano.

Bibliografia essenziale¹⁸

*Opere*¹⁹

- B. Bolzano, *Wissenschaftslehre* (1837), ed. a cura di W. Schultz, Leipzig, Meiner, voll. I-IV, 1929- 1931 [E' l'edizione sulla quale ho lavorato per il presente saggio] (L'opera edita da Schultz fu ristampata, per i tipi della Scientia Verlag, ad Aalen nel 1970).
- B. Bolzano, *Theory of Science*, edizione inglese a cura di R. George, Berkeley, University Press, 1972
- Bernard Bolzano's Grundlegung der Logik*, eccellente antologia del I e II volume della *Wissenschaftslehre* a cura di F. Kambartel, Hamburg , Meiner, 1963
- Bernard Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen* (1847), ed. a cura di F. Prihonsky, Leipzig, 1851
- Bernard Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, ed. a cura di H. Hahn, Leipzig, Meiner, 1921 (ripubblicata dallo stesso editore, ma ad Amburgo, nel 1955).
- B. Bolzano, *Paradoxes of the Infinite*, edizione inglese a cura di D. A. Steele, New Haven, 1950
- Le versioni italiane dell'opera sono:
- B. Bolzano, *I paradossi dell'infinito*, ed. a cura di A. Conte, Milano, Silva, 1965 (Il testo è stato ripubblicato a Torino da Bollati Boringhieri nel 2003).
- B. Bolzan, *I paradossi dell'infinito*, trad. di C. Sborgi, rivista da C. Mangione e F. Voltaggio, con prefazione, note e appendice di F. Voltaggio

Letteratura

- G. Alliney, *Introduzione a E. Husserl, Idee per una fenomenologia pura*, Torino, Einaudi, 1950
- Y. Bar-Hillel, *Bolzano*, "Encyclopedia of Philosophy", New York, 1967, s.v.
- F. Barone, "Enciclopedia filosofica", 1967, s.v.
- S. H. Bergmann, *Bolzano und Brentano*, "Archiv für Geschichte der Philosophie", 48, 1966
- C. B. Boyer, *The History of Calculus and its Conceptual Development*, New York, 1959
- E. Carruccio, *Matematica e logica*, Torino, 1959
- J. Cavaillès, *La théorie de la science selon Bolzano*, « Deucalion », 1946
- W. Dubislaw, *Über Bolzano als Kritiker Kants*, „Philosophisches Jahrbuch der Görresgesellschaft“, 42, 1929
- P. Enriques, *Per la storia della logica*, Bologna, Zanichelli, 1922
- P. Enriques, *L'infinito nella storia del pensiero*, "Scientia", 1933
- L. Geymonat, *Storia e filosofia del calcolo infinitesimale*, Torino, 1947
- L. Geymonat, *Filosofia e filosofia della scienza*, Milano, 1960
- G. C. Granger, *Le concept de continu chez Aristote et Bolzano*, Paris, 1970
- M. e W. Kneale, *The Development of Logic*, Oxford, Oxford University Press, 1962
- J. Mac Gill, *Notes on the Logic of Grammar*, "Philosophical Review", 39, 1930
- C. Mangione, in L. Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Milano, Garzanti, 1971, IV
- E. Melandri, *I paradossi dell'infinito nell'orizzonte fenomenologico*, in AA. VV., *Omaggio a Husserl*, Milano, Il Saggiatore, 1960
- G. Pedrolì, *La fenomenologia di Husserl*, Torino, 1950
- F. Pfeiffer, *Bolzano's Logik und das Transzendenzproblem*, Zürich, 1922
- G. Preti, *I fondamenti della logica formale pura nella „Wissenschaftslehre di B. Bolzano“ e nelle „Logische Untersuchungen“ di E. Husserl*, "Sophia", 1935
- H. Scholz, *Die Wissenschaftslehre Bolzano's*, "Abhandlungen der Friesschen Schule", 6, 1933
- H. Scholz, *Mathesis universalis*, Basel- Stuttgart, 1961
- O. Stolz, *B. Bolzano's Bedeutung in der Geschichte der Infinitesimalrechnung*, „Mathematische Annalen“, XVIII, 1881
- F. Überweg, *Grundriss der Geschichte der Philosophie*, Berlin, 1923, pp. 175-186
- F. Voltaggio, *Bernard Bolzano e la dottrina della scienza*, Milano, Comunità, 1974
- E. Winter, *Die historische Bedeutung der Frühbegriffe B. Bolzano's*, Berlin, 1964
- E. Winter, *Bernard Bolzano*, Wien, 1967
- E. Winter, *B. Bolzano. Ein Lebensbild*, Stuttgart, 1969
- E. Winter, *B. Bolzano. Ein Denker der Donaumonarchie*, „Atti del XIV Congresso internazionale di Filosofia“(Wien 1968), Wien, 1971

Note

- ¹ In un luogo del *Sofista* Platone usa il termine *elpís* (speranza) conferendogli il significato di "congettura".
- ² Platone aveva colto e chiarito questa contraddizione allorché aveva affermato che, contrariamente a quanto siamo stati abituati da un deplorevole costume storiografico, in nessun caso e in nessun modo si può fare teoria delle idee o, se si preferisce, far scienza della conoscenza certa o scientifica (*epistème*) ossia che non è possibile costruire un'*epistème* dell'*epistème*.
- ³ Tra gli anni Cinquanta e gli anni Sessanta un gruppo di fisici inglesi prese a sospettare l'eventuale presenza di alcune particelle che mostravano proprietà diverse da quelle note. Le definirono *strange particles* (particelle strane). Ne colsero l'importanza, in quanto si resero conto del fatto che, ipotizzandone l'esistenza, era possibile decifrare non pochi enigmi della fisica particellare. Senza preoccuparsi più che tanto della singolarità dell'inedito ambito di indagine, elaborarono i cosiddetti "indici di stranezza", intesi a stabilire quanta maggiore o minore "stranezza" una particella elementare palesasse rispetto alle altre. Lavorando sulla scia dei colleghi di oltre Atlantico, nel 1964 il fisico americano Gellman individuò quella che può definirsi la regina delle particelle strane e la chiamò quark, ispirandosi per il nome al *Finnegan's Wake* di James Joyce.
- ⁴ In uno scritto del 1817, *Rein analytischer Beweis* [Dimostrazione analitica pura] Bolzano operò la suddivisione progressiva di un intervallo. Considerando un aggregato infinito di punti, pose in evidenza che in esso c'è un punto tale che c'è un'infinità di punti in ogni intorno di esso, per piccolo che sia l'intorno considerato. Una formulazione forse più chiara del medesimo teorema può essere la seguente: "Da ogni successione di punti di un intervallo chiuso e limitato della retta reale si può estrarre una successione parziale convergente a un punto dell'intervallo. Ora uno spazio metrico, il quale consenta l'estrazione da ogni successione dei suoi punti di una successione parziale convergente, è compatto; talché è evidente che il punto di convergenza della successione parziale può anche chiamarsi *punto di compattezza* (cfr. G. Prodi, *Analisi matematica*, Torino, 1972, pp. 194-195). Nella formulazione moderna intervallo chiuso e limitato è il punto. La compattezza dello spazio è la possibilità di convergenza di successioni parziali, vale a dire un'infinità di punti per ogni intorno. Va osservato che lo spazio è riguardato qui, in quanto spazio metrico, insieme come totalità e intero: esso non può essere pensato fuori dalle parti da cui risulta, ma nel contempo è possibile pensarlo come un intero proprio per questo (cfr. al riguardo F. Voltaggio, *Bernard Bolzano e la dottrina della scienza*, Milano, Comunità, 1974, p.181, nota 36).
- ⁵ In realtà non si tratta di una smentita vera e propria, quanto, piuttosto di un'integrazione. Tanto per fare un esempio, la teoria fisica di Newton, che dette l'impressione d'essere smentita da quella di Einstein, è semmai integrata in quella. Il cronotopo di Newton infatti continua a sussistere se il valore che può assumere la costante di Planck (*k*) tende a 0.
- ⁶ cfr. B. Bolzano, *Wissenschaftslehre*, ed. A cura di W. Schultz, 4 voll., Leipzig, 1929-1931, I, par. 15, p. 59 (la traduzione di questo ed altri luoghi di Bolzano è nostra).
- ⁷ Più propriamente il termine tedesco andrebbe reso con "giudizio".
- ⁸ Più tardi Bertrand Russell (1870-1972) avrebbe dimostrato nei suoi *Principia Mathematica* (1910-1911) che definizioni di questo tipo ricadono nell'*antinomia di classe*. Al modo stesso in cui, per fare un esempio, un uomo non può essere confuso con il genere umano, ossia con la sua classe di

appartenenza, così una qualsiasi classe di elementi (nel nostro caso o tempi o luoghi) non può essere identificata con uno di essi. Ne consegue, alla stregua di un assioma incontrovertibile, che *nessuna classe può essere membro di se stessa*. Ora, se consideriamo tutti gli elementi che possono dar luogo alle diverse classi, ne deriva che la classe delle classi o classe generale è “la classe delle classi che non sono membri di se stesse” ma, in tal modo, condividendo con le singole classi questa proprietà, la classe generale è un membro di se stessa. Di qui il secondo assioma che denuncia l’antinomia della classe generale. In realtà l’antinomia trae la sua origine dal fatto che, erroneamente, ogni classe è riguardata come una *totalità collettiva*, ossia come l’insieme, dato una volta per tutte, di tutti i suoi elementi, quasi che, per esempio, il genere umano comprendesse tutti gli uomini passati, presenti e futuri. L’antinomia può essere superata riguardando una classe qualsiasi- dunque anche la classe generale- come una *totalità distributiva*. Continuando nell’esempio adottato, possiamo dire che il genere umano si costituisce come una sorta di registro in cui di volta in volta si inserisce, così distribuendosi, un oggetto di cui possa dirsi che è un uomo, in quanto animale bipede e razionale. In passato già Leibniz- cui Russell aveva dedicato un ampio studio, *Essay on Leibniz’s Philosophy*, Paris, Alcan, 1904- era pervenuto a conclusioni analoghe.

⁹ Newton si era molto giovato dell’ *Enchiridion* (1685) di Henry More (1614-1687), filosofo della cosiddetta “scuola platonica di Cambridge”. Nella sua opera, di netta ispirazione anticartesiana, More aveva rivisitato il *Timeo* di Platone, nel quale lo spazio (*chóra*) appare come un “concetto bastardo privo di sensazione”, ma ciò non di meno preliminare per la collocazione in esso della natura e degli *artefacta*, e il tempo viene definito “l’immagine mobile dell’eternità”.

¹⁰ La forma più antica di questa argomentazione è quella del cosiddetto “paradosso del cretese bugiardo”. Un cretese asserisce “tutto ciò che dico è falso”(X), ma allora è falso anche X.

¹¹ J. A. Segner, *Anfangsgründe der Mathematik*, Halle, 1773. Con ogni evidenza l’aritmetica elementare di Segner è una *ars digitatoria*.

¹² Cfr. I. Kant, *Critica della Ragion pura*, edizione italiana a cura di G. Gentile e G. Lombardo Radice (prima edizione: Bari, Laterza, 1909- 1910, ma ristampata e rivista più volte in tutto il corso del XX secolo), pp. 51-52. Per il confronto con l’originale, si veda l’edizione di Kehrbach, Leipzig, 1878, p.651

¹³ Cfr. B. Bolzano, *Wissenschaftslehre*, cit., III, p. 186

¹⁴ Niels Henrik Abel (1802-1829), insigne matematico norvegese. Per la genialità delle sue teorie, prevalentemente dedicate all’algebra, e per l’eleganza dei procedimenti, fu chiamato dai contemporanei “il Mozart della matematica”. In effetti ebbe in sorte, come il grande musicista, un’esistenza travagliata e una morte prematura.

¹⁵ Georg Cantor (1845-1918), matematico tedesco noto per gli studi sugli insiemi e la teoria dei numeri transfiniti.

¹⁶ Cfr. G. Cantor, *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*, “Mathematische Annalen”, 1895, p. 481. L’inciso e il corsivo sono nostri.

¹⁷ È celebre una battuta, per così dire “ferroviaria”, che suona così: “se vuoi arrivare ad Husserl, devi partire da Bolzano”.

¹⁸ Questa bibliografia contiene la letteratura essenziale su Bolzano sino agli anni Settanta. Per quanto concerne i contributi più recenti, si consulti il sito italiano di Wikipedia.

¹⁹ Si fa qui riferimento unicamente alle opere di Bolzano sui cui contenuti è stato impostato il presente saggio.

*Gian-Italo Bischì*

Caos deterministico, un ossimoro della matematica moderna

Gian-Italo Bischi

Gian-Italo Bischi è professore ordinario di matematica per l'economia all'Università di Urbino. Dopo la laurea in fisica, ha svolto ricerche su modelli dinamici non lineari e loro applicazioni in biologia, economia e scienze sociali. Nell'ambito di queste ricerche ha pubblicato numerosi articoli su riviste internazionali di matematica applicata, articoli divulgativi e didattici su matematica e matematici, ha curato numeri monografici di riviste internazionali su modellistica dinamica e teoria dei giochi, ed è coautore del libro divulgativo *Sulle orme del caos* (Milano, Bruno Mondadori, 2004).

1. Introduzione.

Il tentativo di descrivere un fenomeno reale mediante una legge matematica di tipo deterministico viene in genere visto come una ricerca di ordine, un'esigenza di previsione e controllo dei sistemi che vengono rappresentati matematicamente. La scoperta che proprio queste leggi matematiche deterministiche siano in grado di generare sequenze di dati a prima vista indistinguibili da processi casuali ha quindi destato interesse e curiosità, talvolta persino sconcerto, anche al di fuori della cerchia degli studiosi di matematica e delle scienze applicate.

Lo stesso termine *caos deterministico*, utilizzato nell'ambito della teoria matematica dei sistemi dinamici per identificare questo fenomeno, desta curiosità, in quanto si presenta come un ossimoro, ovvero l'accostamento di due parole che esprimono concetti contrari. Infatti "caos" significa assenza di regole, irregolarità, imprevedibilità, mentre l'aggettivo "deterministico" significa regolare, prevedibile, e viene riferito a fenomeni ordinati e pianificabili. La scoperta del caos deterministico spezza questa dicotomia: modelli matematici deterministici non lineari possono generare andamenti in apparenza imprevedibili e estremamente sensibili a piccole (anche impercettibili) perturbazioni. Questo da un lato, diminuisce la capacità di fare previsioni mediante modelli matematici, dall'altra suggerisce che fenomeni apparentemente aleatori potrebbero essere simulati mediante semplici modelli matematici deterministici.

Il concetto di caos deterministico ha non solo rivoluzionato il modo di far ricerca in molti settori della scienza in cui sistemi reali che evolvono nel tempo vengono descritti mediante modelli matematici, ma ha anche aperto un dibattito sul significato stesso dei modelli matematici.

Scopo di questa relazione è di introdurre alcuni concetti, e un minimo di terminologia, che stanno alla base della teoria qualitativa dei sistemi dinamici, e portare a scoprire il concetto di caos deterministico operativamente, applicando ripetutamente, cioè iterando, semplici funzioni matematiche il cui utilizzo e comprensione non richiedono conoscenze matematiche che vadano oltre il livello di

un biennio di scuola media superiore. Si coglierà l'occasione per seguire anche l'evoluzione storica del concetto di caos deterministico, attraverso alcuni scritti e personaggi che hanno contribuito a definirlo e a diffonderlo nella comunità scientifica e, in maniera più o meno pertinente, anche al di fuori. Infatti il caos deterministico è recentemente entrato a pieno titolo, anche se talvolta in maniera un po' impropria, in settori esterni alla letteratura scientifica, dai romanzi alla pittura, dal cinema ai salotti culturali. Infine si illustrerà come sia possibile ottenere immagini esteticamente gradevoli, e per certi versi misteriose, attraverso la rappresentazione di sequenze di punti generate mediante sistemi dinamici con comportamento caotico, i cosiddetti attrattori caotici (o strani).

Come iterare semplici funzioni con una calcolatrice tascabile e ottenere caos deterministico

Ogni studente di scuola media superiore incontra, nel corso dei propri studi di matematica, il concetto di funzione reale di variabile reale: dato un numero x (variabile indipendente) preso da un certo dominio, l'applicazione di una funzione produce come risultato un unico numero, $y = f(x)$, detto immagine di x mediante f . Se al risultato così ottenuto si applica di nuovo la stessa funzione (ammesso che ciò sia possibile, ovvero se y appartiene al dominio della funzione) si ottiene un terzo numero $z = f(y) = f(f(x))$. Se anche z sta nel dominio di f nessuno ci impedisce di calcolare $f(z)$ e così via. Si viene così a generare una successione infinita di valori: partendo dalla condizione iniziale (o punto seme della successione) x_0 , ogni valore successivo si ottiene in modo univoco (quindi perfettamente deterministico) dal valore precedente secondo lo schema *induttivo* (o iterativo) $x_{n+1} = f(x_n)$. Si tratta quindi di una "catena" che consiste nell'applicazione ripetuta della funzione, prendendo ogni volta come "ingresso" il valore "uscito" dall'applicazione precedente (fig. 1)

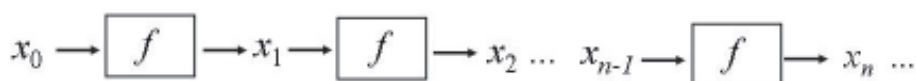


Fig. 1

Il caso più semplice consiste nell'iterare una funzione lineare, data da $f(x) = ax$, dove a è una costante. Questo significa che ad ogni iterazione si moltiplica per il numero fisso a il risultato dell'iterazione precedente. Ad esempio se $a = 2$, partendo da un certo valore iniziale x_0 alla prima iterazione otteniamo il doppio di x_0 , cioè $2x_0$, alla seconda il doppio precedente, e quindi il quadruplo di x_0 , ovvero $2^2 x_0 = 4x_0$, e così via fino a che, a forza di raddoppiare, otterremo valori arbitrariamente grandi: dopo sole 10 iterazioni il numero iniziale x_0 sarà moltiplicato per $2^{10} = 1024$. Se invece fosse $a = 1/2$, ad ogni iterazione il valore iniziale x_0 verrebbe dimezzato, quindi dopo

due iterazioni diventa $1/4$, poi $1/8$ e così via fino ad avvicinarsi sempre più al valore 0. È lo stesso processo che si ottiene se in una fotocopiatrice che riduce l'immagine del 50% facciamo la fotocopia di un testo, poi inseriamo nuovamente il testo ridotto ottenendone una ulteriore riduzione e così via, fino a ottenere un puntino di dimensioni arbitrariamente piccole.

Generalizzando, per ogni valore della costante a è facile calcolare i numeri che si susseguono conoscendo solo il valore iniziale x_0 : $x_1 = a x_0$; $x_2 = a x_1 = a(ax_0) = x_0 a^2$; ... $x_n = x_0 a^n$. Si tratta di una successione con andamento esponenziale, detta anche progressione geometrica di ragione a . Si riesce quindi a calcolare direttamente l'elemento ennesimo della successione solo conoscendo il valore di partenza, e si può anche dedurre l'andamento asintotico, cioè per $n \rightarrow \infty$: se $-1 < a < 1$ allora x_n converge a 0, se $a > 1$ oppure $a < -1$ allora x_n diverge. Inoltre, se $a < 0$ l'andamento è di tipo oscillatorio, essendo in tal caso a^n positivo per n pari e negativo per n dispari. Nel caso particolare $a = -1$ si ottiene un andamento oscillatorio fra i valori x_0 (per n pari) e $-x_0$ (per n dispari) e si dice che la successione ha un andamento ciclico di periodo 2 (perchè ogni due iterazioni si riottiene il medesimo valore).

Per qualunque valore del parametro a è facile generare questa successione, ad esempio con una calcolatrice tascabile, partendo da un dato valore iniziale e moltiplicando per il fattore a quante volte si vuole. Premendo ripetutamente un tasto della calcolatrice si possono facilmente iterare altre funzioni, ad esempio la funzione $f(x) = \sqrt{x}$: partendo da $x_0 = 3$ e spingendo il tasto "radice quadrata" si ottiene $x_1 = \sqrt{3} \approx 1.732$ e poi, spingendo ancora lo stesso tasto, $x_2 = \sqrt{x_1} \approx 1.316$ e quindi valori decrescenti che si avvicinano sempre più al valore limite 1, che costituisce l'estremo inferiore per la successione generata; partendo invece da $x_0 = 0.5$ si ottiene $x_1 = \sqrt{0.5} \approx 0.707$ e poi valori crescenti che si avvicinano sempre più (per difetto) all'estremo superiore 1 (si veda la figura 2, in cui sull'asse delle ascisse viene riportato l'indice n che conta le iterazioni, sull'asse delle ordinate i corrispondenti valori x_n). È ovvio che partendo da $x_0 = 1$ si ottiene una successione perfettamente costante: $x_n = 1$ per ogni n . Si dice allora che $x = 1$ è un equilibrio: se da lì si parte, lì si resta. In questo caso diciamo anche che si tratta di un equilibrio

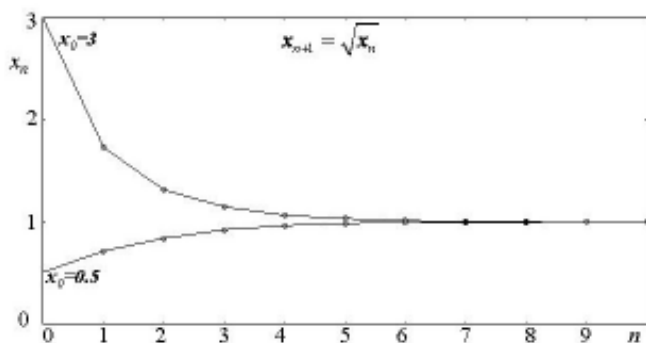


Fig.2

attrattivo, nel senso che se la condizione iniziale viene presa nella vicinanza del punto fisso la successione generata si avvicinerà sempre di più ad esso (in altre parole, perturbando leggermente lo stato di un sistema rispetto al punto di equilibrio, esso tornerà spontaneamente all'equilibrio). Anche $x = 0$ è un punto di equilibrio, ma ogni piccolo spostamento da esso, ottenuto prendendo x_0 piccolo, ad esempio $x_0 = 0.0001$, genera una successione crescente che si allontana definitivamente dal punto fisso, per andare poi a convergere all'altro equilibrio, $x = 1$. Si dice allora che $x=0$ è un equilibrio repulsivo.

In base a questa definizione possiamo affermare che nel caso delle funzioni lineari $f(x) = ax$ descritte sopra $x=0$ è l'unico punto di equilibrio, che risulta essere attrattivo se $-1 < a < 1$, repulsivo se $a < -1$ oppure $a > 1$.

Lo studio dei possibili comportamenti delle successioni generate mediante l'applicazione ripetuta di una funzione può essere utile nella descrizione matematica di fenomeni reali che evolvono nel tempo. Infatti, se vogliamo studiare come cambia lo stato di un sistema nei periodi successivi di tempo $t = 0, 1, \dots, n, \dots$ e se la variabile x_n viene interpretata come misura dello stato del sistema nell'intervallo di tempo $t=n$, allora la funzione f assume il significato di operatore di avanzamento del tempo (o legge di evoluzione). Lo schema iterativo $x_{n+1} = f(x_n)$ diventa allora un modello dinamico, nel senso che permette di calcolare lo stato del sistema in un certo periodo conoscendone lo stato nel periodo precedente. Ovviamente lo stato iniziale x_0 e la forma della funzione f devono essere assegnati una volta per tutte. Se, come nel caso della funzione lineare $f(x) = ax$, si riesce a esprimere direttamente lo stato x_n a partire dalla condizione iniziale x_0 , allora si dice che il modello dinamico è stato risolto in modo esplicito. Questo è ciò che accade, ad esempio, nel calcolo degli interessi in banca. Se oggi una somma di x_0 euro viene depositata in banca a un tasso di interesse fisso del 3%, tra un anno avremo, oltre al capitale iniziale x_0 , anche gli interessi maturati, cioè $x_1 = x_0 + r x_0 = (1+r)x_0$, dove $r = 3/100 = 0.03$ è il tasso di interesse. Dopo due anni avremo $x_2 = x_1 + r x_1 = (1+r)^2 x_0$ e così via. In altre parole, la legge di evoluzione del conto in banca (ammesso che non ci siano cambi nel tasso di interesse e non ci siano versamenti o prelievi) è $x_n = (1+r)x_{n-1}$, una tipica legge lineare, la cui soluzione è la progressione geometrica $x_n = (1+r)^n x_0$. Quindi un impiegato di banca non avrebbe alcuna difficoltà a fornire una risposta chiara al cliente che gli chiedesse: se oggi deposito 1000 euro al 3% quanto avrò fra 10 anni?

Nel caso della funzione non lineare $f(x) = \sqrt{x}$, considerata sopra, abbiamo $x_1 = ; x_2 = ; \dots x_n = x_0^{1/2}$ che tende a 1 se n va all'infinito. In effetti eravamo riusciti a intuire quale fosse il comportamento asintotico della successione generata anche in modo "sperimentale", ovvero iterando con la calcolatrice: partendo da qualunque $x_0 > 0$ si va sempre a convergere a 1, proprietà che si esprime dicendo che si tratta di un *attrattore* globalmente attrattivo (Se le banche calcolassero così gli interessi si otterrebbe un modo piuttosto semplice per livellare la distribuzione di ricchezza, togliendo ai ricchi e regalando ai poveri).

Attraverso questi semplici esempi siamo probabilmente in grado di apprezzare la

seguinte affermazione del matematico francese Pierre Simon de Laplace (1749-1827), riferita alle leggi lineari utilizzate per la descrizione dei moti planetari:

«Lo stato attuale del sistema della natura consegue evidentemente da quello che era all'istante precedente e se noi immaginassimo un'intelligenza che a un istante dato comprendesse tutte le relazioni fra le entità di questo universo, essa potrebbe conoscere le rispettive posizioni, i moti e le disposizioni generali di tutte quelle entità in qualunque istante del futuro».

Ovviamente Laplace sapeva che la conoscenza delle diverse entità (quelle che ora chiamiamo variabili di stato) ad un certo istante non può essere ottenuta con infinita precisione, essendo il frutto di processi di misura. Ma, come spesso si assume in base a regole di buon senso, Laplace considerava ovvio il fatto che una piccola incertezza nei valori delle condizioni iniziali avesse altrettanto piccole conseguenze nell'evoluzione del sistema, e quindi il calcolo dello stato futuro risultasse di poco alterato.

In altre parole, dal fatto che in un sistema deterministico condizioni iniziali identiche portassero a evoluzioni identiche dei sistemi, si deduceva che condizioni iniziali quasi-identiche portassero a evoluzioni dei sistemi quasi-identiche. Come dire che piccole variazioni nelle cause portano ad altrettanto piccole variazioni negli effetti. Quindi in un mondo governato da leggi matematiche deterministiche pare esserci ben poco spazio per il libero arbitrio, ben poco si può ottenere con le piccole azioni messe in atto dai singoli individui. Questo è quanto viene espresso dal seguente brano di Jules Regnault tratto dal testo «*Calcul des chances et philosophie de la Bourse*» Mallet-Bachelier, Paris 1863 :

“Quanto sono sorprendenti e ammirevoli i modi della Provvidenza, quali pensieri vengono alla mente quando osserviamo l'ordine meraviglioso che presiede ai dettagli più minuti degli eventi più nascosti! Che cosa? I cambiamenti dei prezzi nel mercato azionario sono soggetti a leggi matematiche stabilite? Eventi prodotti dai capricci passeggeri degli uomini, le più imprevedibili scosse del mondo politico, gli ingegnosi schemi finanziari, il risultato di un numero enorme di eventi senza alcuna attinenza, tutto questo si combina e la casualità diventa una parola senza significato!

E ora, principi della Terra, imparate e siate umili, voi che con superbia sognate di tenere in mano i destini delle nazioni, re della finanza che avete a vostra disposizione le ricchezze e il credito dei governi, non siete che fragili e docili strumenti nelle mani dell'Uno che riunisce in armonia tutte le cause e tutti gli effetti e che, come afferma la Bibbia, ha misurato, pesato e diviso tutto in ordine perfetto. L'uomo si dà da fare, ma è Dio a condurre.”

In definitiva, il fatto di poter rappresentare, e quindi simulare, l'evoluzione di un sistema reale mediante un modello matematico deterministico era considerato equivalente a dire che la sua evoluzione fosse necessariamente regolare, prevedibile, priva di incertezza. Ma nello studio dei sistemi reali governati da equazioni deterministiche le cose non apparivano sempre così semplici. Ad esempio nella

dinamica dei fluidi si possono osservare sia andamenti regolari che complessi a seconda delle modalità in cui avvengono: il flusso dell'acqua lungo un fiume o attraverso un rubinetto può talvolta avvenire in modo semplice (il cosiddetto moto laminare) e altre volte in modo vorticoso e disordinato (il cosiddetto moto turbolento) pur essendo governati dalle stesse equazioni del moto, le equazioni (non lineari) di Navier-Stokes. Proprio il passaggio alla turbolenza, che può essere legato a piccoli cambiamenti di parametri come la pressione, la temperatura o la velocità del fluido, è stato uno dei problemi che maggiormente hanno stimolato gli studi sui sistemi dinamici non lineari.

Un decisivo contributo alla comprensione di questi apparenti paradossi venne dagli studi del matematico, fisico e filosofo francese Henry Poincaré (1854-1912). Partendo da un problema apparentemente semplice, il moto di tre corpi che interagiscono tra loro attraverso la forza di gravità, ma che portava a equazioni del moto non lineari, egli arrivò a ottenere risultati quasi incredibili, anche per lui, che lo portarono a descrivere in modo chiaro il fenomeno del caos deterministico. Infatti, nel 1903 Poincaré scriveva:

«Una causa piccolissima che sfugge alla nostra attenzione determina un effetto considerevole che non possiamo mancare di vedere, e allora diciamo che l'effetto è dovuto al caso. Se conoscessimo esattamente le leggi della natura e la situazione dell'universo all'istante iniziale, potremmo prevedere esattamente la situazione dello stesso universo in un istante successivo. Ma se pure accadesse che le leggi naturali non avessero più alcun segreto per noi, anche in tal caso potremmo conoscere la situazione iniziale solo approssimativamente. Se questo ci permettesse di prevedere la situazione successiva con la stessa approssimazione, non ci occorrerebbe di più e dovremmo dire che il fenomeno è stato previsto. Ma non è sempre così; può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. La previsione diviene impossibile ...»

In effetti, la visione di Laplace è corretta nei sistemi lineari, e anche nei sistemi non lineari purché lontani dai regimi di comportamento caotico. Ma in modelli non lineari, anche semplici, la successione degli stati da essi generata può risultare molto simile a una successione di valori casuali, cioè ottenuti con elementi aleatori, come le uscite nel lancio di un dado. In questi casi, pur essendo ogni stato perfettamente determinato dallo stato precedente, un cambiamento anche piccolissimo dello stato di partenza produce differenze sempre più grandi nella dinamica successiva del sistema, in accordo con quanto descritto da Poincaré.

I risultati di Poincaré erano probabilmente troppo avanzati rispetto ai suoi tempi, e non suscitarono subito l'interesse che meritavano.

Ma la rivoluzione scientifica provocata dalla scoperta del caos deterministico era solo ritardata. Dopo ulteriori contributi alla teoria qualitativa dei sistemi dinamici forniti dagli studi di Birkhoff (1884-1944) negli Stati Uniti e dalla grande scuola russa di Lyapunov (1857-1918), Kolmogorov (1903-1987), Andronov (1901-1952), Pontriaguine (1908-1988), un decisivo contributo alla diffusione e cre-

scente popolarità di questo settore della matematica venne dall'articolo di un matematico e meteorologo dell'MIT (Massachusetts Institute of Technology), Edward Lorenz, recentemente scomparso, il 16 aprile 2008, all'età di 90 anni. Alla fine degli anni '50 Lorenz sviluppava modelli matematici per descrivere i movimenti di masse d'aria nell'atmosfera. Questi modelli erano costituiti da equazioni differenziali che venivano risolte numericamente. Infatti, in quegli anni gli scienziati incominciavano a disporre di computer, prima a valvole e poi a transistor, e l'ostacolo più duro per i meteorologi sembrava essere la limitata velocità con cui bisognava trattare una grandissima quantità di dati: misure di pressione, umidità, temperatura, velocità del vento, e così via raccolte in migliaia di stazioni sparse per il mondo e da altrettanti palloni sonda. Secondo il racconto riportato nel libro divulgativo "Chaos" di James Gleick¹, Lorenz scoprì accidentalmente il comportamento caotico delle soluzioni nel 1961. Infatti, mentre stava stampando lunghe sequenze di numeri, che rappresentavano gli andamenti delle variabili utilizzate per le previsioni del tempo in base a un modello di 12 equazioni differenziali, un giorno provò a ripetere una di queste simulazioni ma, anziché generare l'intera sequenza, iniziò da un valore intermedio ricopiandolo dai tabulati ottenuti in precedenza. Quando Lorenz andò a vedere il risultato rimase stupito nel vedere che, da un certo punto in poi, la nuova sequenza ottenuta differiva in modo significativo dalla precedente, fino a non percepire più alcuna somiglianza fra le due. All'inizio pensò a un malfunzionamento del computer, ma poi si rese conto che il problema era legato al fatto che non aveva immesso le condizioni iniziali con sufficiente precisione: il computer utilizzava nei calcoli numeri con sei cifre decimali, mentre i risultati venivano stampati con tre cifre decimali soltanto, e Lorenz aveva utilizzato questa precisione ridotta per ripetere le simulazione numerica. Come dire che aveva introdotto 0.506 invece di 0.506127. La cosa stupefacente era che un errore iniziale davvero minimo, meno dello 0.1 per cento, aveva prodotto cambiamenti così drastici nell'andamento delle traiettorie ottenute.

Lorenz si appassionò a questo fenomeno, si rese conto che era legato alla non linearità delle equazioni differenziali e ottenne simili risultati anche per sistemi molto più semplici, ad esempio un sistema di tre equazioni differenziali, che utilizzò per scrivere un articolo ora famoso, dal titolo "*Deterministic Nonperiodic Flow*", comparso nel 1963 sulla rivista "*Journal of the Atmospheric Sciences*". In questo articolo considerò un modello dinamico per la descrizione dei moti convettivi nell'atmosfera espresso mediante il seguente sistema di tre equazioni differenziali:

$$\frac{dx}{dt} = S(y-x) \quad \frac{dy}{dt} = Rx - y - xz \quad \frac{dz}{dt} = xy - Bz$$

dove x , y e z sono variabili di stato (funzioni del tempo) che servono a descrivere le modalità di movimento del fluido, S , R e B sono parametri legati a proprietà del sistema. Se non fosse per i termini xz e xy , le equazioni del moto studiate da Lorenz sarebbero lineari, e quindi si potrebbe ottenere la soluzione esatta in forma analitica. In questo senso quel sistema di tre equazioni differenziali è considerato semplice, e non ci si aspetta che possa dare luogo ai fenomeni bizzarri descritti da

¹ Ed. italiana *Caos. La nascita di una nuova scienza* di James Gleick, BUR Biblioteca Univ. Rizzoli

Lorenz. Invece, partendo da questo modello, nell'articolo del 1963 Lorenz descrisse con una chiarezza magistrale e esempi efficaci, il fenomeno del caos deterministico. Infatti, calcolando numericamente le soluzioni di quel sistema di equazioni differenziali si possono ottenere, per certi valori dei parametri, oscillazioni molto irregolari. A titolo di esempio si veda la figura 3, dove la traiettoria nera rappresenta l'andamento di $x(t)$ ottenuto con $S = 10$, $R = 28$, $B = 8/3$, partendo da condizioni iniziali $x(0) = y(0) = z(0) = 10$.

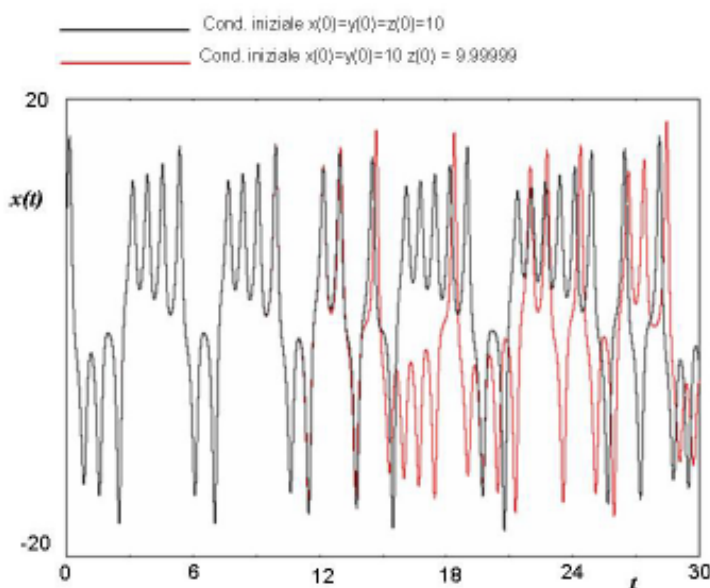


Fig.3

Ma la sorpresa più grande consiste nel fatto che, partendo da condizioni iniziali che differiscono da quelle in maniera quasi impercettibile, dopo un breve periodo iniziale in cui i comportamenti sono quasi uguali, gli andamenti di lungo periodo risultano completamente diversi: le corrispondenti traiettorie si allontanano fra loro con rapidità esponenziale, per poi avvicinarsi di nuovo, e poi riallontanarsi, e così via, come mostrato dalla traiettoria rossa di fig. 3, ottenuta partendo da $z(0) = 9.99999$ anziché $z(0) = 10$, ovvero una differenza di un milionesimo.

Rappresentando le traiettorie nello spazio tridimensionale delle variabili x , y , z , Lorenz si rese anche conto che queste andavano a disporsi su una particolare figura che non mutava cambiando le condizioni iniziali. Si trattava di un *attrattore caotico* che venne poi chiamato "*attrattore strano di Lorenz*" (figura 4). La sua forma ci dà informazioni di regolarità perché ci dice che, per quanto bizzarre, le traiettorie rimarranno intrappolate all'interno di quella figura. Inoltre la forma e l'estensione dell'attrattore dipendono dai parametri, e da questo si possono dedurre, ad esempio, informazioni sull'ampiezza delle oscillazioni climatiche, pur non permettendo di fare previsioni a lungo termine circa le condizioni meteorologiche.

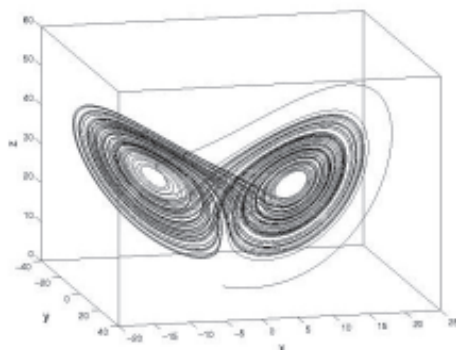


Fig.4

Per come andarono le cose, possiamo dire che la scoperta di Lorenz, che riportò all'attenzione degli studiosi il fenomeno del caos deterministico e modificò radicalmente le basi della meteorologia teorica, fu frutto di una fortunata coincidenza, un tipico caso di serendipity. Ma come spesso accade in casi simili, la serendipity si manifesta solo se chi è colpito dall'evento fortunato ha le conoscenze di base per cogliere e apprezzare il colpo di fortuna. E questo esempio non fa eccezione, in quanto Lorenz probabilmente fu in grado di capire e approfondire la portata dell'avvenimento fortuito grazie alle sue ottime qualità di matematico, dato che era laureato in matematica all'Università di Harvard. Non è certamente un caso se nel suo articolo del 1963 Lorenz cita Poincaré e Birkhoff, dai cui lavori deduce la descrizione del fenomeno del caos deterministico (anche se ancora non si chiamava così: il termine fu proposto per la prima volta da Li e Yorke nel 1975, nell'articolo dal titolo "Period three implies chaos"). In altre parole, dopo la scoperta più o meno fortuita, anche Lorenz, come Newton, si appoggiò "sulle spalle dei giganti". Comunque, nonostante l'importanza dei risultati che Lorenz descrisse nell'articolo del 1963, l'attenzione dei non specialisti fu attratta soprattutto dal titolo di un suo articolo del 1972: "*Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas?*" (Il battito di ali di una farfalla in Brasile può provocare un tornado in Texas?). Dopo questo efficace titolo la metafora della farfalla è stata utilizzata in contesti sempre più ampi, e il termine "effetto farfalla" (butterfly effect) è diventando un'espressione ricorrente per indicare il fenomeno della dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali, ovvero come un evento di grande portata possa essere innescato da una causa quasi insignificante.

In realtà anche la storia sulla scelta di quel titolo è abbastanza controversa. Pare infatti che ci fu, durante una conferenza di Lorenz, un intervento di un meteorologo che parlava di battito di ali di un gabbiano. Poi, quando Lorenz decise di partecipare, nel 1972, al 139° meeting della American Association for the Advancement of Science, si dimenticò di inviare il titolo della sua comunicazione e allora uno degli organizzatori, Philip Merilees, si ricordò di quell'intervento e assegnò il titolo sostituendo però la farfalla al gabbiano, sostituzione legata anche al fatto che l'attrattore strano di Lorenz ha proprio la forma di una farfalla (fig. 4).

Comunque andarono le cose, la metafora della farfalla è ormai diventata parte del linguaggio di ogni giorno, e la ritroviamo nei quotidiani, al cinema, nei romanzi, a teatro. Ovviamente il fatto che il fenomeno del caos deterministico sia stato osservato proprio nel contesto delle previsioni meteorologiche ha favorito la sua diffusione e la popolarità anche fra la gente comune, spesso più interessata al "che tempo farà" che ad altri temi della scienza. Tuttavia l'interesse suscitato dal tema del caos deterministico è anche legato alle sue innumerevoli apparizioni nei più svariati contesti in cui si utilizzano modelli dinamici per la descrizione di sistemi reali che evolvono nel tempo, non solo in fisica ma anche in biologia, sociologia, economia, finanza.

A questa diffusione contribuirono studiosi come Robert May, un fisico che studia modelli per l'ecologia, che in un popolare articolo dal titolo "*Simple mathematical models with very complicated dynamics*" comparso nel 1976 sulla prestigiosa rivista "Nature", illustrò, con linguaggio rigoroso ma accessibile anche a non specialisti, l'insorgere di dinamiche caotiche attraverso lo studio di un sistema dinamico, ottenuto iterando un polinomio di secondo grado (una banale parabola) utilizzato per descrivere l'andamento nel tempo di una popolazione di insetti. L'articolo termina con un interessante

"Appello evangelico per l'introduzione di queste equazioni alle differenze semplici in corsi elementari di matematica, cosicchè l'intuizione degli studenti possa essere arricchita vedendo le cose bizzarre che succedono con semplici equazioni non lineari. [...]. Io vorrei sollecitare che sia presentata presto nell'educazione matematica. Questa equazione può essere presentata da un punto di vista fenomenologico iterandola con una calcolatrice, o persino a mano. Il suo studio non richiede più sofisticazione di quanto non richieda un corso elementare di matematica. Tale studio potrebbe in generale arricchire l'intuito di uno studente circa i sistemi non lineari. Non solo nella ricerca, ma anche nella vita politica ed economica di ogni giorno, noi saremmo più ricchi se un numero maggiore di persone si rendesse conto che semplici sistemi non lineari non possiedono necessariamente semplici proprietà dinamiche."

Seguendo la strada indicata da May, cerchiamo ora di ottenere "operativamente" degli andamenti tipici del caos deterministico senza scomodare equazioni differenziali o altri concetti di matematica avanzata. Torniamo quindi a iterare semplici funzioni con l'uso di una calcolatrice tascabile. A tale scopo iteriamo una funzione di poco più complicata di quelle viste finora, che include un termine non lineare a causa della presenza di una operazione di elevamento al quadrato. Supponiamo, ad esempio, che una banca proponga un nuovo modo per calcolare gli interessi: ogni anno viene assegnato il quadrato della cifra posseduta l'anno precedentemente con la sottrazione di una tassa fissa pari a b , cioè $x_{n+1} = f(x_n) = x_n^2 - b$. Se un cliente rivolgesse la solita domanda "se oggi verso un capitale x_0 , quanto avrò fra 10 anni" non ci sarebbe una semplice formula per il calcolo diretto di x_{10} come funzione di x_0 , in quanto occorrerebbe calcolare un polinomio completo di grado 1024! Infatti $x_2 = x_1^2 - b$ è di grado 2, $x_1 = x_0^2 - b = (x_0^2 - b)^2 - b = x_0^4 - 2bx_0 + b^2 - b$ di grado $2^2 = 4$, $x_3 = x_2^2 - b = (x_0^4 - 2bx_0 + b^2 - b)^2 - b$ di grado $2^3 =$

8 e così via fino a $2^{10} = 1024$.

Quindi il calcolo è perfettamente deterministico, e semplice, ad ogni iterazione, ma per conoscere ad esempio x_{50} occorre prima calcolare la funzione 49 volte, ed è difficile a priori sapere come andrà a finire. Facciamo qualche “esperimento numerico”. Con $b=0$ (eliminiamo per un attimo le tasse) è facile rendersi conto che l’iterazione $x_n = x_{n-1}^2$ converge a 0 se $x_0 \in (0,1)$ mentre cresce rapidamente divergendo all’infinito se $x_0 > 1$. In questo caso è evidente che ci sono due punti di equilibrio: $x=0$ (attrattivo) e $x=1$ (repulsivo).

Se $b=1$, a seconda della condizione iniziale le successioni generate possono divergere all’infinito oppure continuano ad oscillare avvicinandosi sempre più ad un ciclo periodico di periodo due, dato dall’alternarsi dei valori $\{-1,0\}$ (si veda figura 5). In effetti, iniziando l’iterazione da uno di quei due valori, ad esempio $x=0$, si ottiene una sequenza perfettamente periodica: $x_1 = x_0^2 - 1 = -1$; $x_2 = x_1^2 - 1 = (-1)^2 - 1 = 0$; invece, partendo da $x_0 = 2$ si ottiene $x_1 = 2^2 - 1 = 3$; $x_2 = 3^2 - 1 = 8$ e poi valori sempre più grandi.

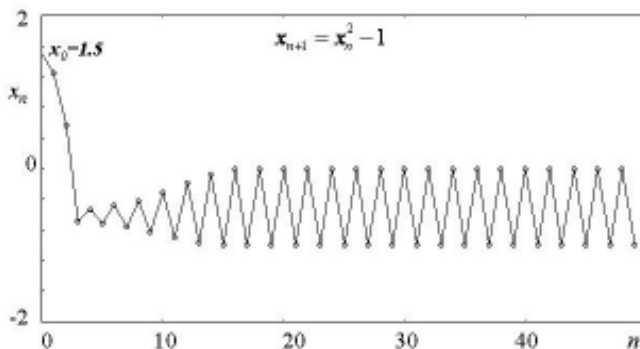


Fig. 5

Le cose sono ancor più complicate ponendo $b=2$. In questo caso, partendo dalla condizione iniziale $x_0=0.5$, si ottiene un andamento oscillatorio ma (almeno apparentemente) non periodico (fig. 6).

L’andamento ottenuto risulta piuttosto irregolare, tanto che se non conoscessimo il procedimento con cui l’abbiamo generato potremmo pensare che sia stato ottenuto prendendo una sequenza di valori estratti a caso nell’intervallo $[-2,2]$. In altre parole, osservando un certo valore x_n della successione, chi conosce l’espressione della funzione iterata sa bene come ottenere il valore successivo (basta calcolare il quadrato di x_n e sottrarre 2) ma chi non sa il procedimento per ottenere quella sequenza di valori è probabile che consideri impossibile “indovinare” il valore successivo.

C’è poi un altro problema, legato all’effetto di una piccola variazione della condizione iniziale. Nella figura 6 in basso è rappresentata la traiettoria che si ottiene modificando leggermente la condizione iniziale, precisamente prendendo $x_0 = 0.499$ anziché $x_0 = 0.5$ (la perturbazione del battito di ali di una farfalla). Come si può facilmente notare, questa differenza dello 0.2% produce dapprima dei valori quasi

uguali nel corso delle prime 10 iterazioni, ma poi i valori che si susseguono si discostano sempre di più da quelli della prima successione, fino a perdere ogni correlazione fra i valori delle due sequenze.

Considerando il fatto che in un sistema reale (della fisica, biologia o scienze sociali) non esiste la possibilità di effettuare misure infinitamente precise, sia per motivi pratici (limitata precisione degli strumenti di misura) che teorici (si pensi al principio di indeterminazione in fisica atomica), si deduce che la capacità di effettuare previsioni mediante modelli dinamici non lineari in regime caotico è piuttosto limitata.

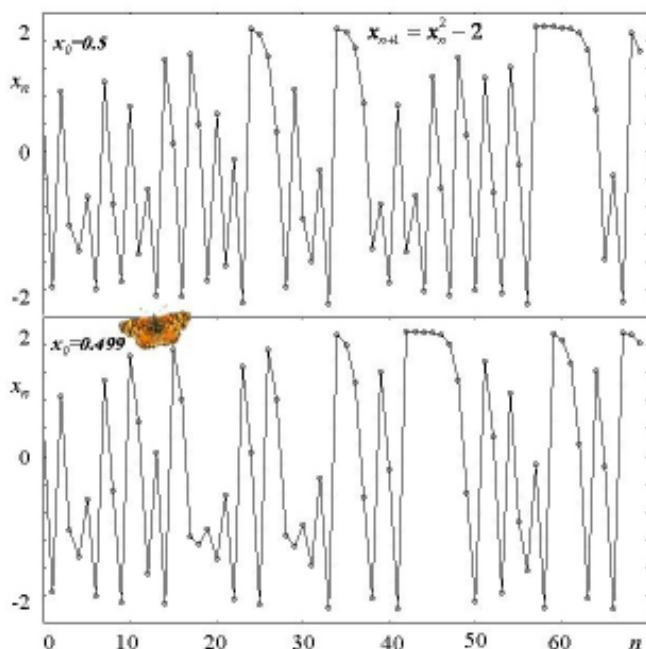


Fig.6

Ed è proprio questa proprietà a creare stupore: pur essendo lo schema iterativo $x_{n+1} = x_n^2 - 2$ così semplice e perfettamente deterministico, anche partendo da identiche condizioni iniziali risulta impossibile, nella pratica, ottenere due sequenze identiche, in quanto piccole differenze possono anche essere introdotte a causa della precisione limitata con cui vengono rappresentati i numeri. Questo fenomeno è stato chiamato *sensibilità rispetto alle condizioni iniziali*, o anche *effetto farfalla*.

Ovviamente il fenomeno non è nuovo, tutti constatiamo come nella vita piccoli eventi possono avere enormi ripercussioni. Fatto evidenziato anche da tanti storici, scrittori, poeti. Un esempio di particolare efficacia e chiarezza lo troviamo nel seguente brano di Edgar Allan Poe, tratto da "Il mistero di Marie Rogêt", 1842.

"Per quanto riguarda l'ultima parte della supposizione, si dovrà considerare che la più insignificante differenza nei fatti delle due vicende potrebbe dar luogo ai più importanti errori di calcolo, facendo divergere radicalmente le due sequenze dei fatti; proprio come in aritmetica un

errore che in sé non ha valore, alla fine, moltiplicandosi da un punto all'altro del procedimento, produce un risultato lontanissimo dal vero.”

Un altro esempio è costituito dall'emblematica vicenda narrata da Luigi Pirandello nel romanzo “Uno, Nessuno, Centomila” il cui protagonista, Vitangelo Moscarda, un giorno si sente dire dalla moglie di avere il naso leggermente storto. Una cosa da niente, di cui lui in tanti anni non si era reso conto, e neppure ora ne è del tutto convinto. Una cosa del tutto insignificante, ma che gli rivela che l'immagine che la moglie ha di lui è diversa da quella che lui ha sempre avuto di se stesso. Ma allora anche altri potrebbero avere di lui un'opinione diversa dalla sua e anche da quella di sua moglie. Ma allora ognuno di noi ha una diversa visione della realtà, ugualmente lecita e coerente ma diversa da quella che hanno gli altri. Quindi non esiste una sola realtà, ne esistono tante quanti sono gli osservatori della realtà stessa, nessuna più vera delle altre. Una realtà che, in definitiva, non ha più alcuna oggettività. Ebbene, tutta questa complessa visione, tipicamente pirandelliana, che stravolge la vita del povero Vitangelo e i suoi rapporti con gli altri, è scatenata da un dettaglio così insignificante. Da notare che i ragionamenti che fanno seguito alla piccola perturbazione iniziale (il naso storto, appunto) sono perfettamente logici e sequenziali, direi deterministici. Pirandello ci ha quindi dato un perfetto esempio di “effetto farfalla”. E non poteva mancare Italo Calvino, con il racconto “La notte dei numeri”, nella raccolta “Gli idilli difficili”, in cui si narra la storia di un bambino che accompagna la madre mentre fa le pulizie negli uffici di un'azienda. Lavora di notte, per non disturbare gli impiegati durante le ore lavorative, ma quella sera c'è ancora un ragioniere al lavoro, nonostante sia notte fonda.

“Questi sono tutti i libri maestri della ditta – dice il ragioniere, - nei cent'anni della sua esistenza [...] non c'è mai stato un ragioniere come Annibale De Canis, eppure quest'uomo infallibile, questo genio, vedi, il 16 novembre 1884, ... ecco, qui c'è un errore di quattrocentodieci lire. Nessuno se n'è mai accorto, io solo lo so, e sei la prima persona a cui lo dico: tientelo per te e non lo dimenticare! E poi se anche lo andrai a dire in giro, sei un ragazzo e nessuno ti darà retta... Ma adesso sai che tutto è sbagliato. In tanti anni, quell'errore di quattrocentosedici lire sai quant'è diventato? Miliardi! Miliardi! Hanno un bel girare le macchine calcolatrici, i cervelli elettronici e tutto il resto! L'errore è al fondo, al fondo di tutti i numeri, e cresce, cresce, cresce!”

Dopo che si è diffusa, anche nella stampa divulgativa, la notizia della scoperta in matematica del caos deterministico, un numero sempre crescente di autori ha incluso personaggi e situazioni legati al caos deterministico in romanzi e racconti. Un esempio per tutti, il romanzo *Jurassic Park*, di Michael Crichton, in cui un imprenditore realizza in un'isola un parco con dinosauri veri, ottenuti attraverso metodi dell'ingegneria genetica. Qualcuno teme che il parco possa essere pericoloso, e allora viene convocata una commissione di esperti tra cui un matematico. Ecco come viene presentato nella *Seconda Iterazione* (i capitoli del libro si chiamano iterazioni, e l'autore fa notare che a ogni iterazione la vicenda si complica

ulteriormente).

“Ian Malcom era uno dei più famosi rappresentanti di quella nuova generazione di matematici che mostravano un vivo interesse per i “meccanismi del mondo reale”. Questi studiosi, sotto molti aspetti, avevano rotto la tradizione di isolamento dei matematici. Per prima cosa si servivano continuamente del computer, cosa che i matematici tradizionali non vedevano di buon occhio. Poi lavoravano quasi esclusivamente con equazioni non lineari, nel campo emergente del cosiddetto caos. Terza cosa, sembravano voler fare di tutto il possibile affinché i loro sistemi matematici descrivessero qualcosa che di fatto esisteva nel mondo reale.

Ed ecco cosa dice Ian Malcom nella terza iterazione.

“I computer vennero costruiti verso la fine degli anni 40, perché matematici come John Von Neumann, il massimo matematico della sua generazione, pensavano che avendo a disposizione una macchina capace di gestire contemporaneamente molte variabili, si sarebbe stati in grado di fare previsioni meteorologiche a lungo termine. [...] La teoria del caos manda all'aria tutto questo, non si può prevedere il tempo se non per pochi giorni. [...] Tutto il denaro speso per previsioni meteorologiche lungo termine - circa mezzo miliardo di dollari negli ultimi decenni - è buttato via. È un'impresa vana quanto cercare di trasformare il piombo in oro. Oggi gli sforzi degli alchimisti ci fanno ridere, ma generazioni future guarderanno noi e rideranno nello stesso modo”.

E ancora Ian Malcom, in un esemplare battibecco con l'imprenditore Hammond

“Un simile controllo è impossibile” dichiarò Ian Malcom.

“Invece sì” disse Hammond.

“Mi scusi, ma lei non sa quello che dice” ribattè Malcom.

“Piccolo stronzo arrogante” disse Hammond. Si alzò e uscì.

“Mi spiace” disse Malcom “ma il punto è che ciò che definiamo natura è di fatto un sistema complesso, non lineare. Ci costruiamo una immagine lineare della natura e poi combiniamo pasticci. Io non sono uno di quegli ambientalisti dal cuore tenero, ma dovete capire ciò che non capite. Quante volte bisogna sbattere il muso contro l'evidenza dei fatti? Abbiamo costruito la diga di Assuan sostenendo che avrebbe rivitalizzato l'Egitto, e invece distrugge il fertile delta del Nilo, produce infestazioni da parassiti e rovina l'economia. Abbiamo costruito...”.

Questo ci fa ripensare alle parole dell'appello evangelico di May: anche i politici dovrebbero studiare i fenomeni non lineari, e in particolare il fenomeno del caos deterministico, che ci insegnano come piccole perturbazioni possono avere considerevoli conseguenze, anche lontane nello spazio e nel tempo. Un insegnamento che dovrebbe condurre in modo naturale a maggior prudenza e al cosiddetto “principio di precauzione”.

Dai passi riportati sopra possiamo capire come sia sempre più necessario conoscere le moderne conquiste della matematica per capire ed apprezzare meglio

persino i libri gialli. E anche i film, dato il successo della versione cinematografica di Jurassic Park (anche se nel film la figura del matematico è molto più sfocata rispetto al romanzo).

Ci sono anche altri esempi di film direttamente o indirettamente ispirati dal caos deterministico. Ad esempio, il film di fantascienza “Butterfly Effect” del 2004, diretto da Eric Bress e J. Mackye Gruber, narra le vicende di un giovane che possiede un potere particolare che gli permette, attraverso le pagine di un diario scritto quando era bambino, di modificare eventi (anche piccoli dettagli) accadutigli nel passato. Il film si apre con la frase “Si dice che il minimo battito d’ali di una farfalla sia in grado di provocare un uragano dall’altra parte del mondo”, e nella scheda originale del film si legge “noi tutti abbiamo momenti in cui vorremmo cambiare qualcosa, correggere un errore. Abbiamo chiesto ad alcuni pensatori di riflettere sulla teoria del caos e esplorare i legami fra cause ed effetti nelle nostre vite”.

Un altro esempio è “Sliding doors” (porte scorrevoli) un film del 1998, esordio alla regia di Peter Howitt. La protagonista, Helen, è una giovane donna che un giorno, dopo essere stata bruscamente licenziata, si dirige di tutta fretta verso la metropolitana, ma per un soffio non riesce a salire in quanto si chiudono le porte scorrevoli del vagone proprio davanti al suo naso. Il regista immagina poi una scena parallela in cui, per un soffio, la protagonista riesce a entrare nella metropolitana. A questo punto il film si divide due storie parallele: nella prima Helen prende la metropolitana e rincasando trova il fidanzato a letto con un’altra, così lo lascia e si rifà una vita brillante con un altro uomo; nella seconda Helen perde la metropolitana, torna a casa a piedi, e quindi arriva più tardi in modo da trovare il fidanzato solo, si sposa, trova un lavoro come cameriera e conduce una vita piena di sacrifici con il marito che la tradisce nuovamente. Anche qui chiari accenni all’effetto farfalla.

Un’altra interessante applicazione del concetto di caos deterministico è fornita da Luciano Pietronero nel suo recente volume “Complessità e altre storie”, in cui l’autore cerca di dimostrare l’inutilità dei continui (talvolta ossessivi) controlli lungo l’iter dei processi burocratici, ovvero quei controlli in cui a ogni passaggio qualcuno deve apporre timbro e firma per attestare che “la pratica è’ qui ora”. Assumendo che tali processi siano governati da leggi non lineari, Pietronero deduce che i controlli puntuali per definire e controllare le traiettorie delle pratiche non servono, dato che le inevitabili piccole perturbazioni cui tali processi sono sottoposti ne rendono comunque imprevedibile l’esito a causa dell’effetto farfalla. Pietronero afferma che “Se vogliamo controllare l’evoluzione di un sistema la cui dinamica è intrinsecamente caotica, è abbastanza inutile cercare di definire le condizioni iniziali e le sue leggi dinamiche in modo estremamente dettagliato, perchè in ogni caso sfuggirà inevitabilmente al nostro controllo. Si deve invece introdurre un meccanismo globale (attraverso incentivi e controlli a posteriori) che porti alla creazione di attrattori che spontaneamente conducano i processi verso gli obiettivi desiderati”. Un ragionamento che sarebbe sicuramente piaciuto al matematico Bruno de Finetti (1906-1985) che coniò termini come “burofrenia” e “burosadismo”

per esprimere la propria antipatia nei confronti dei controlli burocratici. Comunque, se da una parte l'irregolarità delle sequenze generate da sistemi dinamici caotici limita la capacità di fare previsioni mediante modelli matematici, dall'altra suggerisce che fenomeni apparentemente complessi e aleatori potrebbero in realtà essere simulati mediante semplici modelli matematici deterministici, cioè avere una semplice legge deterministica (non lineare) che ne sta alla base. Per illustrare questo punto faccio ricorso a una frase di Umberto Eco, tratta da "Il pendolo di Foucault" (1988) *"Il mondo si muove in modo apparentemente disordinato mentre c'è un disegno dietro"*. Come dire che una legge deterministica potrebbe costituire il meccanismo di base capace di generare comportamenti apparentemente casuali.

3. Un metodo grafico per iterare funzioni e scoprire biforcazioni.

Per capire meglio il comportamento qualitativo delle dinamiche generate dall'iterazione di una funzione, senza ricorrere a calcoli numerici, si può utilizzare un comodo metodo grafico, basato sulla conoscenza della curva che rappresenta la funzione sul piano cartesiano.

Consideriamo il grafico di una generica funzione $y=f(x)$, come in figura 7a, e sovrapponiamo ad esso il grafico della bisettrice $y=x$. Per calcolare $x_1 = f(x_0)$ seguiamo l'usuale metodo per ottenere l'immagine di un punto mediante il grafico di una funzione: prendiamo la condizione iniziale x_0 sull'asse delle ascisse, tracciamo un segmento verticale fino a incontrare il grafico della funzione, e poi procediamo in orizzontale fino all'asse delle ordinate per ottenere x_1 . Per procedere nell'iterazione occorre ora riportare x_1 sull'asse delle ascisse, in quanto dovrà diventare il nuovo argomento della funzione per ottenere $x_2 = f(x_1)$.

Questo può essere ottenuto sfruttando la presenza della bisettrice, che essendo il luogo di equazione $y = x$ permette di riportare x_1 sull'asse orizzontale mediante uno spostamento orizzontale verso destra e poi uno verticale verso il basso, usando la bisettrice come punto di svolta (si veda fig. 7a).

Ora siamo pronti a ripetere lo stesso procedimento per ottenere $x_2 = f(x_1)$ e così via. Si può notare l'inutilità dei segmenti tratteggiati, cioè del segmento orizzontale che congiunge il grafico della funzione con l'asse delle y , che viene subito ripercorso all'indietro verso la bisettrice, e i segmenti verticali tra il grafico e l'asse delle ascisse. Questo permette di ottenere un'ulteriore semplificazione: si può usare la bisettrice come unico asse di riferimento, prendendo direttamente su di essa la condizione iniziale e muovendosi in verticale fino al grafico, poi in orizzontale verso la bisettrice, poi di nuovo in verticale fino al grafico ecc. I punti toccati sulla bisettrice sono i punti della successione generata.

Tutto ciò viene fatto in modo grafico, senza effettuare calcoli. Questa costruzione viene anche chiamata diagramma a scala (il motivo è evidente osservando la fig. 7a) o a ragnatela, nome più appropriato quando vengono iterate funzioni decrescenti, come in fig. 7b.

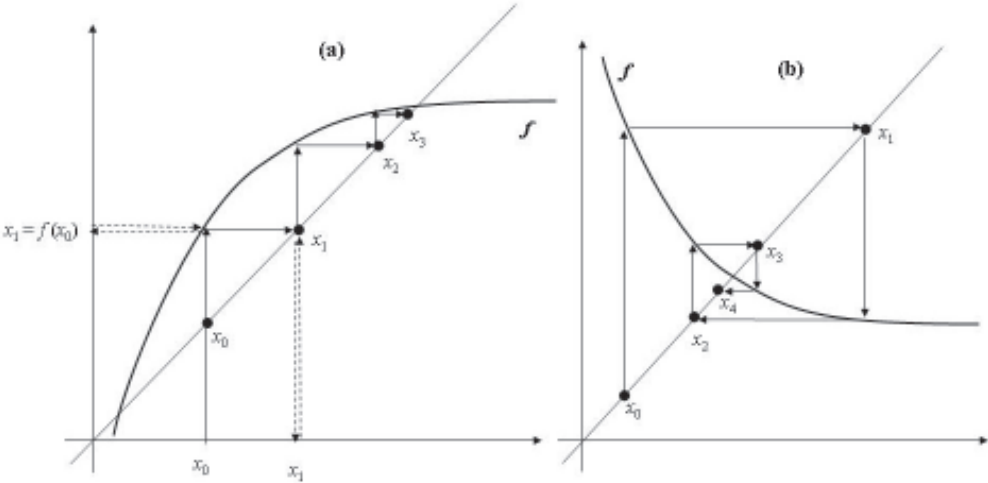


Fig.7

Applichiamo ora questo metodo alla funzione $f(x) = x^2 - b$, il cui grafico è una parabola, rappresentata in figura 8.

Nella figura di sinistra, ottenuta con $b=0$, sono rappresentate, mediante il diagramma a scala, due traiettorie: una inizia da $x_0=0.7$ e converge al punto di equilibrio attrattivo $p^*=0$, l'altra che inizia da $x_0=-1.1$ e, dopo aver “scavalcato” il punto di equilibrio repulsivo $q^*=1$ diverge a $+\infty$. Disegnando alcuni diagrammi a scala ci rendiamo facilmente conto che i due equilibri si comportano diversamente, nel senso che da una condizione iniziale in un intorno di q^* la traiettoria si allontana da esso, mentre partendo da una condizione iniziale vicina a p^* la traiettoria generata gli si avvicina asintoticamente.

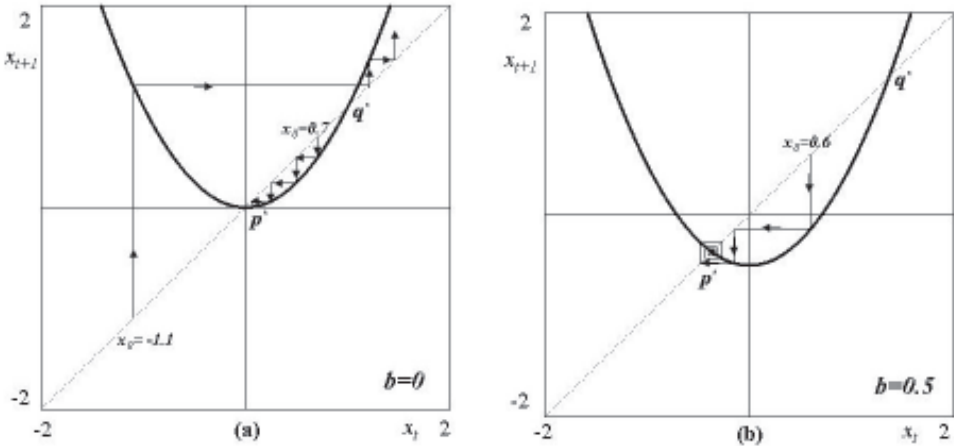


Fig.8

Se b aumenta il punto di equilibrio p^* diventa repulsivo quando b supera il valore $3/4$, che costituisce un valore di biforcazione, cioè un cambiamento nelle proprie-

tà qualitative del sistema dinamico. Infatti la perdita di attrattività di p^* non è l'unica conseguenza della biforcazione: se esaminiamo il comportamento delle traiettorie per valori di b poco maggiori di $3/4$, e con condizione iniziale prossima a p^* , ci rendiamo conto che la traiettoria si allontana da p^* oscillando, e tende asintoticamente a una oscillazione stabile di periodo due. Si veda ad esempio la figura 8a, ottenuta per $b=1$, dove il ciclo periodico (la cui esistenza era stata già notata in precedenza) è costituito dai punti $\{-1, 0\}$. Questo tipo di biforcazione si chiama *biforcazione con raddoppio del periodo*.

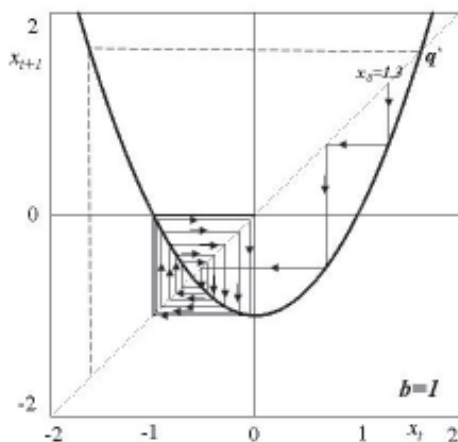


Fig.9

Al crescere di b si verifica un'altra biforcazione di raddoppio del periodo, esattamente al valore $b=5/4$, che fa diventare repulsivo il ciclo di periodo 2 con conseguente creazione di un ciclo attrattivo di periodo 4 (si veda fig.8a, ottenuta per $b = 1.3$). Analogamente, aumentando ancora b , il ciclo 4 diventerà instabile lasciando il posto a un ciclo 8 attrattivo così via, fino a ottenere delle traiettorie che non sono

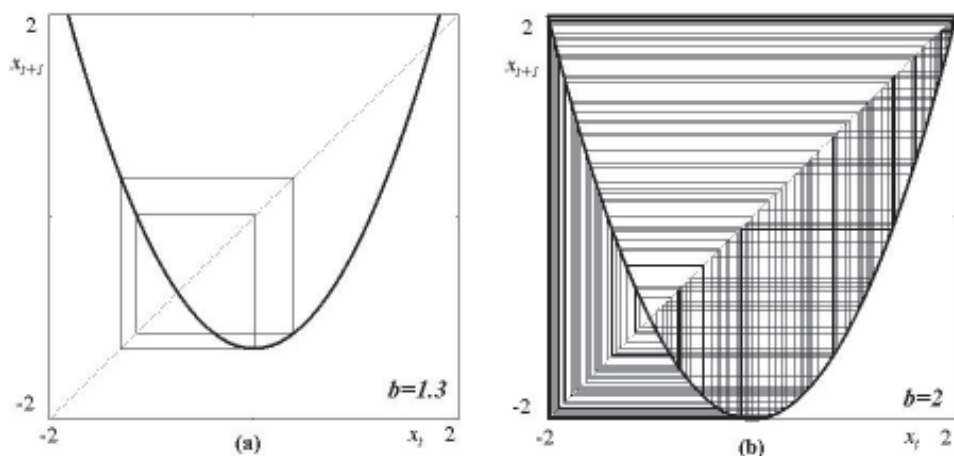


Fig. 10

periodiche (dette quindi aperiodiche), costituite cioè da valori che non coincidono mai con un valore già ottenuto, evidenziate dal fatto che i punti riempiono densamente uno o più intervalli. Si dice che per tali valori del parametro si entra nel *regime caotico*. Ad esempio, come notato in precedenza, per $b=2$ le iterazioni sembrano non assestarsi mai su un ciclo periodico e il diagramma a ragnatela continua a ricoprire in modo apparentemente erratico il piano (fig. 10b).

4. La geometria del caos e l'estetica degli attrattori

Una funzione lineare $f(x) = ax$ può essere anche esaminata come una trasformazione che muta segmenti in altri segmenti, producendo contrazioni, o allungamenti. Consideriamo ad esempio un segmento $s = AB$ rappresentato sull'asse delle ascisse dalla porzione di estremi x_A e x_B . La sua lunghezza è data da $\overline{AB} = (x_B - x_A)$. Applicando la trasformazione lineare $x' = ax$ a tutti i punti di AB si ottiene un segmento di estremi $x'_A = ax_A$ e $x'_B = ax_B$. Notiamo che se $a > 0$ il segmento ottenuto è dato da $A'B'$ e ha lunghezza $\overline{A'B'} = (x'_B - x'_A) = ax_B - ax_A = a(x_B - x_A)$. Questo significa che il segmento risulta allungato (o dilatato) se $a > 1$, accorciato (o contratto) se $a < 1$, e la trasformazione viene chiamata, rispettivamente, *contrazione* e *dilatazione*. Se il coefficiente angolare $a < 0$ allora il segmento viene anche ribaltato, ossia l'immagine di x_B precede l'immagine di x_A , e il segmento trasformato risulta essere $B'A'$, di lunghezza $\overline{B'A'} = (x'_A - x'_B) = |a|(x_B - x_A)$, dove il simbolo $|a|$ indica il valore assoluto del coefficiente angolare. Ciò significa che per $-1 < a < 0$ la trasformazione lineare provoca un *ribaltamento e contrazione* del segmento, per $a < -1$ si ha un *ribaltamento con dilatazione*.

Possiamo dedurre che l'applicazione ripetuta di una mappa lineare contrattiva porta alla successiva riduzione di un segmento fino a farlo collassare in un punto, mentre l'iterazione di una dilatazione lineare allunga sempre più il segmento facendolo crescere a dismisura.

Se invece consideriamo un'applicazione non lineare, come la parabola $y = x^2 - b$, questa agisce su un segmento allungandolo in certe zone e comprimendolo in altre, e se il segmento considerato include il vertice della parabola lo ripiega anche. Due punti in posizione simmetrica rispetto al vertice della parabola, ad esempio $x_A = -1$ e $x_B = 1$, vengono trasformati nello stesso punto, essendo $f(-1) = f(1) = 1 - b$. Questo può essere espresso dicendo che il segmento $AB = [-1, 1]$ viene ripiegato a metà dalla funzione portando a coincidere i suoi estremi. Alla seconda iterazione tali azioni vengono di nuovo applicate e così via.

Avviene quindi che l'applicazione ripetuta della funzione di secondo grado su un segmento può essere vista come l'applicazione successiva di azioni di stiramento, piegamento, compressione. L'effetto combinato di queste azioni è possibile solo con mappe non lineari, in quanto, come abbiamo fatto notare sopra, una funzione lineare o dilata o contrae (ma non entrambe le cose contemporaneamente) e non può certo causare piegamenti.

Ebbene, l'essenza del caos risiede proprio nell'applicazione ripetuta di queste azioni

geometriche legate all'applicazione delle funzioni non lineari, in particolare a quelle che, come la parabola, provocano stiramenti e ripiegamenti. Spesso viene usata la metafora dell'azione geometrica che si esercita sull'impasto di farina e acqua quando, col noto procedimento casalingo, si prepara la sfoglia: infatti la principale caratteristica geometrica delle trasformazioni che generano successioni caotiche consiste in azioni combinate (e ripetute durante l'iterazione) di stiramento e ripiegamento (stretching & folding).

Consideriamo ora un esempio di trasformazione nel piano cartesiano, rappresentata da due funzioni che trasformano punti del piano, di coordinate (x, y) , in nuovi punti del piano mediante la legge non lineare

$$T: \begin{cases} x_{n+1} = ax_n + y_n \\ y_{n+1} = b + x_n^2 \end{cases}$$

Dato un punto iniziale di coordinate (x_0, y_0) otteniamo il nuovo punto del piano di coordinate $(x_1, y_1) = T(x_0, y_0) = (ax_0 + y_0, b + x_0^2)$ e così via. I punti ottenuti mediante applicazioni successive della trasformazione T creano una nuvola di punti nel piano. Tali punti potrebbero convergere verso un punto di equilibrio, o un ciclo periodico (cioè una sequenza finita di punti del piano che si ripete) oppure annerire una regione del piano senza ripercorrere mai lo stesso punto, un cosiddetto attrattore caotico del piano.

Si può notare che applicando la trasformazione T ai due punti distinti $P_1 = (-2, 2)$ e $P_2 = (2, 0)$ si ottiene lo stesso punto: $T(P_1) = T(P_2) = (1, 2)$. In altre parole, si tratta di una trasformazione del piano in grado di trasportare due punti distinti nello stesso punto. Da un punto geometrico questo può essere interpretato dicendo che la trasformazione "ripiega" il piano su se stesso fino a portare punti distinti a sovrapporsi. Proprio come quando si piega e si stira un fazzoletto.

A causa della loro azione di ripiegamento, gli attrattori caotici generati attraverso

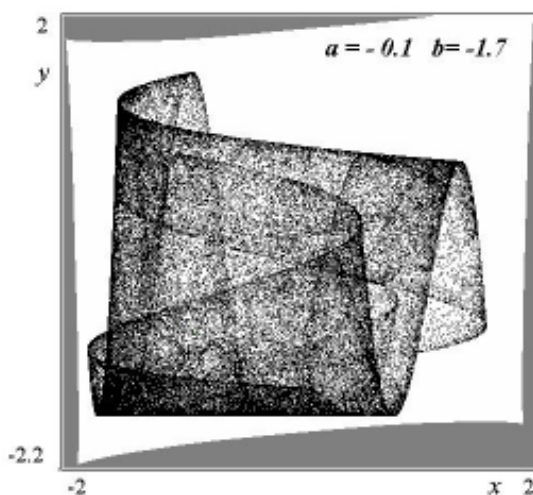


Fig. 11

l'iterazione di una trasformazione come quella considerata assumono spesso una forma che richiama quella di veli ripiegati su se stessi infinite volte, come quello mostrato in fig. 11, ottenuto iterando la trasformazione T con parametri $a = -0.1$ e $b = -1.7$ e partendo dalla condizione iniziale $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

Può essere interessante, e persino divertente, modificare i valori dei parametri a e b per vedere come questo fa cambiare la forma dell'attrattore caotico. Ad esempio, con $a = -1.2$ e $b = -1.475$ si ottiene l'attrattore caotico mostrato in fig. 12a, e con $a = 1$, $b = -0.59$ quello di fig. 12b.

Il altre parole, i parametri a e b possono essere utilizzati come “manopole” da muovere per modificare la forma degli attrattori caotici e andare così ad esplorare la ricca gamma di forme che si possono ottenere.

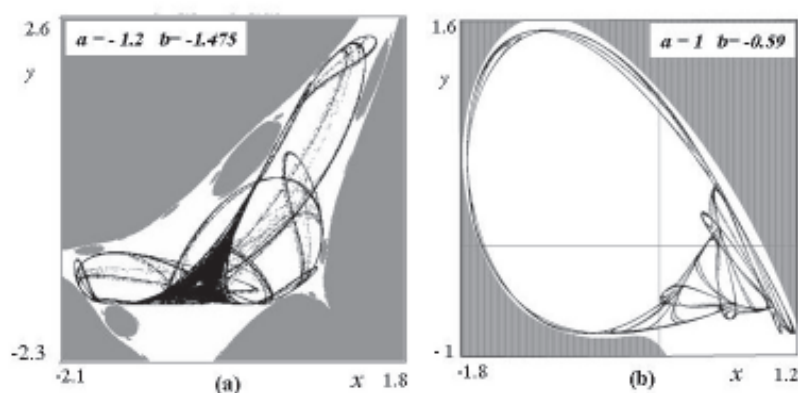
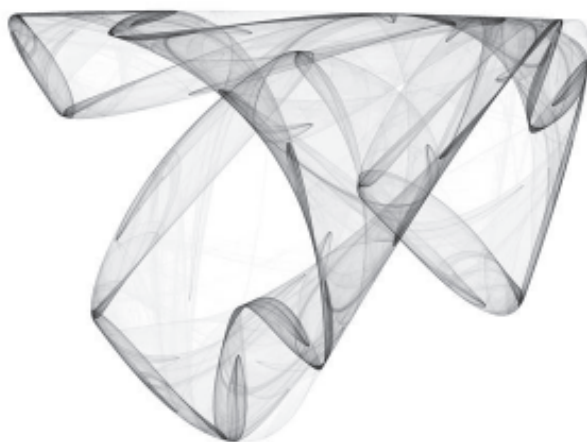


Fig. 12

Nelle figure 11 e 12 la regione bianca attorno agli attrattori rappresenta il loro bacino di attrazione, cioè ogni condizione iniziale presa in un generico punto della regione bianca genera una traiettoria che finirà sull'attrattore caotico, e non ne uscirà più. Invece la regione grigia rappresenta il bacino dell'infinito, cioè se iteriamo la trasformazione T partendo da una condizione iniziale presa nella regione grigia, la successione di punti che viene generata risulterà essere divergente.

Bibliografia

- C. S. Bertuglia, F. Vaio "Non linearità, caos e complessità", Bollati Boringhieri, Torino, 2003.
- G.I. Bischi, R. Carini, L. Gardini e P. Tenti *"Sulle Orme del Caos. Comportamenti complessi in modelli matematici semplici"* Bruno Mondadori Editore (2004)
- Fritjof Capra "La rete della vita : una nuova visione della natura e della scienza" (in particolare cap.6, "La matematica della complessità"), Sansoni, Milano, 1998.
- R. L. Devaney "Caos e frattali. Matematica dei sistemi dinamici e applicazioni al calcolatore", Addison Wesley Longman Italia, 1990
- Ivar Ekeland "A caso: la sorte, la scienza, il mondo" (in particolare cap. 6 "Il caos"), Bollati Boringhieri, 1992.
- James Gleick "Caos. La nascita di una nuova scienza", Sansoni 1997, 3° edizione (edizione inglese : "Chaos. The amazing science of the unpredictable")
- P. Odifreddi "La matematica del 900: dagli insiemi alla complessità", Einaudi, Torino, 2000.
- H.O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe "Chaos and fractals. New frontiers of science", Springer-Verlag, 1992
- Franco Prattico (a cura di) "Caos e complessità", Sfera n.54, Sett.-Ott. 1993, Editrice Sigma-Tau, Roma.
- Ivars Peterson "Il turista matematico: un viaggio nella moderna scienza dei numeri" (in particolare cap.6 "I draghi del caos"), Rizzoli, Milano, 1991.
- L. Pietronero "Complessità e altre storie", Di Renzo Editore (2007)
- David Ruelle "Caso e Caos", Bollati Boringhieri, 1992
- Ian Stewart "Dio gioca a dadi ? La nuova matematica del caos" Bollati Boringhieri, 1993 (edizione inglese : "Does God play dice ? The new mathematics of Chaos" Penguin books, London, 2° ed., 1997)
- Ian Stewart, Martin Golubitsky "Terribili Simmetrie" (in particolare cap. 5 "Acqua a strisce" e cap.9 "Icane del caos") Bollati Boringhieri, Torino, 1995.
- Angelo Vulpiani "Determinismo e caos" La Nuova Italia Scientifica, 1994.



*Silvia Coletti*

La funzione cognitiva dell'immaginazione: un nesso fra arte e conoscenza

Silvia Coletti

È un giovane filosofo della scienza e giornalista scientifico. È ben conosciuta dai lettori della rivista *Controluce*, con la quale collabora da alcuni anni anche all'interno della redazione. Insegna filosofia nei licei, vincitrice nel 2004 di una borsa di studio all'ENEA, è ora ricercatrice a progetto dal 2006 presso la sede dello stesso ente a Roma. In particolare, si è occupata di metodologie per la progettazione di percorsi di apprendimento in rete orientati alla diffusione dell'informazione scientifica e al trasferimento tecnologico.

Su tali temi, nell'ottobre 2007, a Trieste, ha partecipato come relatrice a ComunicareFisica2007, Conferenza –Workshop nazionale sulle tematiche e sulle metodologie della comunicazione della fisica e delle altre scienze. Ha collaborato come autrice, con la società El -Form e la casa editrice Barbieri, alla stesura della Collana “Nuove Frontiere Pedagogiche”, nel campo dell'e-learning. Scrive articoli di filosofia e scienza anche per la rivista *Prometeo* edita da Mondadori.

Abstract

L'uso esistenziale dei modelli scientifici sembra caratteristico del modo di agire dei grandi teorici della fisica, della matematica, della scienza in genere. Consideriamo per esempio il sistema solare di Rutherford o il modello dell'atomo di Bohr; difficilmente possiamo evitare di concludere che questi fisici si immaginavano di descrivere l'atomo *come esso è* e non di stare semplicemente fornendo formule matematiche in vesti fantasiose. Essi usavano un linguaggio appropriato al modello, pensando al campo d'applicazione: procedevano attraverso o per mezzo di un'analogia sottostante. In questo lavoro è presente attraverso l'arte, la scienza, la letteratura e la vita di relazione sociale, tutta la logica e non logica che accompagna nel tempo e nello spazio l'essere umano, che gestisce queste forme di continuo equilibrio e squilibrio con l'attività delle funzioni cognitive.

Parole chiave

Discontinuità, autosomiglianza, creatività, rappresentazione cognitiva, caos, relazione emotiva, modelli matematici, biosfera, altro da sé, inconscio.

Introduzione

L'uso dei modelli teorici consiste nell'introdurre un nuovo tipo di linguaggio esteso ad un nuovo dominio d'applicazione. Le relazioni fra il modello descritto e il dominio originale sono simili a quelle fra un modello analogico e il suo originale. La chiave per capire l'intera operazione è l'identità di struttura che nei casi favo-

revoli permette che le asserzioni fatte sul dominio secondario facciano luce dentro il campo d'interesse originario. Come i modelli teorici, così una rappresentazione artistica efficace ha il potere di mettere due domini separati in relazione cognitiva ed emotiva usando il linguaggio direttamente appropriato all'uno come *una lente per vedere l'altro*. Il pensiero cognitivo - concettuale rappresenta un particolare modo di ottenere una maggiore comprensione.

Di solito per questo cerchiamo di fare ricorso ad oggetti che ci offrano paralleli a qualche aspetto oscuramente avvertito nella realtà. Questo procedimento analogico sembra caratterizzare le imprese intellettuali in genere.

Tendiamo insomma a descrivere la natura di un oggetto con similitudini e somiglianze, e i veicoli di queste figure continuamente ricorrenti si dimostrano spesso, una volta analizzati, attributi di un'analogia implicita attraverso cui vediamo l'oggetto che descriviamo.

Supporre che la rappresentazione artistica sia una sintesi o un estratto di un paragone letterale punto per punto, nel quale il soggetto primario e quello secondario sono giustapposti al fine di far risaltare tanto le somiglianze quanto le diversità, significa fraintendere la funzione dell'arte. Infatti il paragone letterale manca dell'atmosfera, della suggestione, e della forza d'imposizione del punto di vista del soggetto primario, dal quale dipende il potere illuminante dell'arte. In una rappresentazione figurativa efficace come quella per esempio di Pascal dell'uomo quale *canna pensante*, la base di sostegno è di una semplicità sconcertante, essendo questa tesi principalmente ad illuminare l'umana fragilità e debolezza.

L'effetto della figura dipende molto spesso dall'atmosfera.

Esempi di discontinuità, autosomiglianza e creatività nel Caos

Come i modelli teorici così una rappresentazione artistica efficace ha il potere di mettere due domini separati in relazione cognitiva ed emotiva usando il linguaggio direttamente appropriato all'uso come una lente per vedere l'altro. Il pensiero cognitivo - concettuale rappresenta un particolare modo di ottenere una maggiore comprensione. L'effetto della figura dipende dall'atmosfera. Partiamo da un esempio di caos che riguarda il linguaggio e quindi l'interpretazione in un quadro ben noto dell'artista R. Magritte, *Les Deux Mysteres*, (1966). Se ci concentriamo sul quadro interno riceviamo il messaggio che c'è differenza tra pipe e simboli di pipa.

Spostando lo sguardo verso l'alto, verso la pipa "reale" che galleggia nell'aria, ne percepiamo la realtà, mentre l'altra è solo un simbolo. Ma ciò naturalmente, è del tutto sbagliato: entrambe sono dipinte sulla stessa superficie piatta davanti ai nostri occhi.

L'idea che una pipa si trovi in un quadro inserito in un altro quadro, e che quindi sia in qualche modo "meno reale" dell'altra pipa, è un completo disordine. Non appena siamo disposti mentalmente ad "entrare nella stanza" ci accorgiamo di avere una confusione: si è scambiata l'immagine per la realtà. L'unico modo per non essere risucchiati consapevolmente nel disordine è di vedere entrambe le pipe

semplicemente come macchie colorate su una superficie poco distante dal nostro naso. Allora, e solo allora, si può apprezzare il pieno significato del messaggio scritto in basso alla tela “Ceci n’est pas une pipe”(Questa è una pipa); ma, paradossalmente, in quel medesimo istante ogni cosa si confonde in macchie indistinte e la stessa scritta diventa una macchia di colore, perdendo così il suo significato. In altre parole, in quell’istante il messaggio verbale si autodistrugge in un modo caotico e confuso.

Passiamo ad un altro esempio di caos nell’arte.

Nel 1907 Picasso dipinge *Les Femmes d’Alger*. La selvaggia distorsione delle facce e dei corpi delle donne non hanno precedenti nella storia dell’arte, e neanche nelle opere precedenti del giovane pittore. Da quest’opera di Picasso inizia un’epoca nuova per le arti figurative.

Il concetto, il messaggio confuso, sembra che siano più importanti della percezione. Protagoniste del quadro sono cinque donne: quella a sinistra apre una tenda, per permetterci di osservare la scena. Il viso deformato sembra separato dal resto del corpo. Un motivo a losanga permea la scena, nei corpi, nei visi, negli occhi. La seconda e la terza donna sono simili. Tutte e due hanno gli stessi occhi. Una quarta donna sta entrando scostando la tenda: è molto simile alla prima, sia per la maschera che per i motivi a losanga. La quinta donna seduta a destra ha la massima distorsione nel viso, e non ha collo. Sembra guardare nella nostra direzione, ma abbiamo la sensazione che la stiamo vedendo da dietro, come se la testa fosse girata ad un angolo impossibile.

Diversi elementi geometrici dei corpi e del viso si riflettono nella natura morta in basso, che protende verso di noi e ci dà l’impressione di essere all’interno della scena.

Nonostante questo dipinto costituisca una discontinuità e un disordine completi, si possono rintracciare gli elementi che l’hanno generato: possiamo notare il ripetersi dei motivi comuni, come fenomeno di autosomiglianza all’interno della rappresentazione, che abbiamo ora elencati.

Un terzo esempio riguarda il caos nella biologia e nella genetica.

Il DNA è stato scoperto nel 1860, mentre circa nel 1904 è stata formulata l’ipotesi che questo acido è il codice genetico della vita. Il privilegio è stato di un genetista, James Watson e di un fisico, Francis Crick (Nobel 1962).

Dalla scoperta della doppia elica la biologia e la genetica non sono state più le stesse. È iniziato uno sforzo titanico per individuare i singoli geni, carpire i segreti dell’ereditarietà, culminato nel gigantesco progetto mondiale sulla mappatura del genoma umano. Analizzando questa scoperta troviamo tutte le caratteristiche del pensiero creativo. Il forte contenuto di autosomiglianza: il modello quindi si riproduce praticamente identico, con piccole permutazioni. La discontinuità è intrinseca nel modello stesso: basta infatti un cambiamento impercettibile, inferiore all’1%, ed invece di un essere umano troviamo un topolino.

Un quarto esempio è il Web, la rete in ambito tecnologico.

In questo caso ritroviamo sia la discontinuità intesa come un innesco di un pro-

cesso di crescita esponenziale che l' autosomiglianza nel senso di una formazione di rete di reti.

Questi casi hanno tutti in comune le caratteristiche che sono trasversali nell'accezione di caos.

L'ordine, cioè il fatto che tendenze, informazioni, fenomeni sparsi e apparentemente disordinati, caotici e non collegati acquistano significato in un nuovo modello, in una nuova visione; vediamo ora in particolare, come la matematica riesce a trattare queste proprietà.

La matematica dei frattali formalizzata negli anni '70 è uno degli strumenti più potenti che siano stati sviluppati per descrivere comportamenti caotici, brusche discontinuità, improvvise variazioni nello stato di un sistema.

I frattali sono tra gli oggetti più belli e affascinanti della matematica. La geometria euclidea non è in grado di rappresentare le irregolarità del mondo naturale: un triangolo, una sfera, un esagono non esistono in natura. Sono oggetti perfetti nella loro astrazione, ma non esistono. Pensiamo ad una arancia, o se volete al nostro pianeta. Possiamo considerarlo una sfera, ma se guardiamo nei dettagli, troviamo asperità, rugosità, fratture, montagne.

I frattali permettono queste rappresentazioni con una sorprendente efficacia. Quello che sembra un comportamento caotico, interpretato dalla matematica frattale, non solo rivela un ordine interno, ma acquista anche una straordinaria bellezza attraverso due caratteristiche fondamentali:

- l'autosomiglianza vuol dire che, analizzando a livelli di dettaglio sempre più precisi il fenomeno che stiamo studiando, troviamo a diversi livelli di scala forti somiglianze con ciò che rileviamo a livello macroscopico. Esempio: un fiocco di neve: ingrandendolo, troviamo continue riproduzioni dello stesso motivo.
- la discontinuità, infatti, i frattali hanno anche la caratteristica di non avere le tradizionali dimensioni della geometria euclidea (1, 2 o 3), ma di essere comprese tra esse. Anche questo è comune in natura: un gomito di lana, cioè un filo che si avvolge in una certa regione dello spazio, ha una dimensione compresa tra 2 e 3.

Anche nelle organizzazioni aziendali si comincia a parlare di nuovi modelli di gestione delle risorse manageriali in cui predominano creatività, apprendimento e discontinuità.

Un'impresa eccellente deve necessariamente possedere attributi in contrasto o di differenza. Ad esempio: una Gerarchia appiattita ha di contro un'ampia autonomia e forte coordinamento; alta specializzazione dei ruoli (esperienza, efficienza, know-how professionale) ed al tempo stesso elevata generalità.

In pratica, l'organizzazione oscilla tra comportamenti diversi, senza però disgregarsi. E' un processo caotico, in cui le traiettorie che l'impresa descrive in un ipotetico spazio dei comportamenti sono sempre uniche, nel senso che non si sovrappongono mai, ma non hanno punti di fuga, rimangono cioè saldamente ancorate nell'interno dei valori fondamentali. Il modo in cui si manifestano questi processi è unico per ogni organizzazione. Ogni organizzazione ha quindi la sua

caratteristica di autosomiglianza, di discontinuità e di creatività.

Come succede nei frattali, in cui le parti più belle sono quelle ai confini con il caos, così succede anche nelle organizzazioni: la creatività si accende soprattutto ai confini con il caos, sullo stretto confine che separa ordine e disordine. La creatività non deve sconfinare nel caos, perché altrimenti si genera solo nuovo disordine. Rimanere ai confini significa che la creatività deve venire metodicamente sfruttata per produrre nuove conoscenze e nuove opportunità di perseguire ciò che crea valore aggiunto.

Il confine fra Caos e Immaginazione

Il confine segna la differenza.

Scrivono Italo Calvino in *Le Cosmicomiche*:

“Situato nella zona esterna della Via Lattea, il Sole impiega circa 200 milioni d'anni a compiere una rivoluzione completa della Galassia, ...io una volta passando feci un segno in un punto dello spazio, apposta per poterlo ritrovare duecento milioni d'anni dopo, quando saremmo ripassati di lì al prossimo giro. Un segno come? È difficile da dire perché se vi si dice segno voi pensate subito a un qualcosa che si distingua da un qualcosa, e lì non c'era niente che si distinguesse da niente; ... Avevo l'intenzione di fare un segno, questo sì, ossia avevo l'intenzione di considerare segno una qualsiasi cosa che mi venisse fatto di fare, quindi avendo io, in quel punto dello spazio e non in un altro, fatto qualcosa intendendo di fare un segno, risultò che ci avevo fatto un segno davvero.

Insomma, per essere il primo segno che si faceva nell'universo, o almeno nel circuito della Via Lattea, devo dire che venne molto bene. Visibile? ... Che fosse riconoscibile senza rischio di sbagliare, questo sì: per via che tutti gli altri punti dello spazio erano uguali e indistinguibili, e invece questo aveva il segno.

Così i pianeti proseguendo nel loro giro, e il Sistema solare nel suo, ben presto mi lasciai il segno alle spalle, separato da campi interminabili di spazio. E già non potevo trattenermi dal pensare a quando sarei tornato a incontrarlo, e a come l'avrei riconosciuto, e al piacere che mi avrebbe fatto, in quella distesa anonima, dopo centomila anni-luce percorsi senza imbattermi in nulla che mi fosse familiare, nulla per centinaia di secoli, per migliaia di millenni, ritornare ed eccolo lì al suo posto, tal quale come l'avevo lasciato, nudo e crudo, ma con quell'impronta - diciamo - inconfondibile che gli avevo data.

Lentamente la Via Lattea si voltava su di sé con le sue frange di costellazioni e di pianeti e di nubi, e il Sole insieme al resto, verso il bordo. In tutta quella giostra, solo il segno stava fermo, in un punto qualunque, al riparo da ogni orbita, in un punto qualunque che non era più qualunque dal momento che era l'unico punto”. Se il confine segna la differenza, come abbiamo letto, la percezione opera solo sulla differenza. Ricevere informazioni vuol dire sempre e necessariamente ricevere notizie di *differenza*, e la percezione della differenza è sempre limitata da una soglia, da un confine.

Per produrre notizia di una differenza, cioè *informazione*, occorrono due entità (reali o immaginarie) tali che la differenza tra di esse possa essere immanente alla loro relazione reciproca. Vi è un problema profondo e insolubile a proposito della natura di quelle 'almeno due' cose che tra loro generano la differenza che diventa informazione e conoscenza creando una differenza.

Scrivo Gregory Bateson: "Non è diversa dall'essere e non è diversa dal non-essere".

Anche la biosfera è un sistema di *confine*, caratterizzata, al suo interno, dalla stretta interconnessione di tutti gli organismi viventi, legati da uno scambio continuo che si attua attraverso la respirazione, la nutrizione, i processi che si sviluppano a livello subatomico. Se questo scambio si interrompe, la vita non può continuare a sussistere e viene a mancare. "Come i sistemi viventi, anche la biosfera è circoscritta rispetto al contesto in cui è immersa: solo che la linea di confine non è qualcosa di assolutamente invalicabile, ma una somma di filtri attraverso i quali bisogna passare per penetrare all'interno di essa e che provvedono all'adattamento della biosfera medesima e di tutto ciò che proviene dal di fuori. Il confine è pertanto il luogo del contatto specifico tra interno ed esterno, un meccanismo di cuscinetto a due facce, una rivolta verso l'organizzazione intrinseca del sistema, l'altra verso l'ambiente, che proprio perché si presenta così può mettere in comunicazione reciproca *ambiti che tuttavia restano separati nella loro specifica determinazione*. Esso è quindi sia elemento di separazione (linea di demarcazione), sia tratto di unione di sfere diverse".

Le differenze culturali non rappresentano modi diversi di trattare la stessa realtà oggettiva, ma domini cognitivi legittimamente differenti: Uomini diversi culturalmente vivono in realtà cognitive diverse che sono ricorsivamente specificate attraverso il loro vivere in esse.

Per esempio che cosa passa dal territorio alla mappa?

La risposta a questa domanda è ovvia: ciò che passa sono *notizie di differenze e nient'altro*. Questo semplicissimo enunciato generale risolveva gli antichi problemi di mente e materia. La mente opera sempre a una certa distanza dalla materia. I dati primari dell'esperienza sono le *differenze*. Con questi dati noi costruiamo le nostre ipotetiche idee e immagini del mondo 'esterno'.

"I saggi vedono i contorni e perciò li tracciano" disse molto tempo fa William Blake e, tranne che per il chiaroscuro, che è anch'esso composto di differenze, non vi è nulla all'interno dei contorni se non l'identità, che è diversa dalla differenza.

Lo sconfinamento dell'io rafforza la concezione della logica dell'essere umano come logica di un sistema aperto e dinamico, creativo, caotico. L'io è una realtà di confine e per se stesso, come microcosmo, in quanto si definisce come essere linguistico, ontologico, gnoseologico, biologico, fenomenologico e nella relazione con gli altri io e la realtà all'interno del macrocosmo. La direzione vettoriale su cui si muove questo confine non è unidirezionale, ma pluridirezionale nella linea del dentro, fuori, sopra, sotto, destra, sinistra, alto, basso: direzionalità tipiche di

strutture prevalentemente legate al concetto gravitazionale come lo è il sistema di orientamento umano.

L'altro non va inteso solo e semplicemente come qualcosa di diverso dal me o dall'io, ma come l'input che mantiene viva la struttura più metafisica dell'uomo, la sua creatività. Questa è la logica dell'evoluzione, questa è la logica della conoscenza, questa è la logica di un io che è alterità ed è realtà di confine.

L'Immaginazione come percezione cognitiva

Calvino in una sua opera intitolata *Palomar* narra della spada del sole, cioè la luna. "Ognuno ha un suo riflesso, che solo per lui ha quella direzione e si sposta con lui. Ai due lati del riflesso, l'azzurro dell'acqua è più cupo. E' quello il solo dato non illusorio, comune a tutti, il buio? si domanda il signor Palomar. Ma la spada si impone egualmente all'occhio di ciascuno, non c'è modo di sfuggirle".

"Ciò che abbiamo in comune è proprio ciò che è dato a ciascuno come esclusivamente suo". Galileo Galilei fa notare che, se ci troviamo su una spiaggia mentre il Sole sta tramontando sul mare, allora osserviamo una striscia luminosa che parte dall'orizzonte e si stende sulla superficie acqua lungo la direzione che congiunge il sole e noi. I nostri occhi vedono questo fenomeno, ma non possiamo certo dire che sul mare esiste un oggetto dotato di quella forma. Altri osservatori disposti in punti diversi sulla medesima spiaggia, vedono altre strisce luminose, ma tutte le strisce sono l'effetto di due fattori diversi: il primo dipende dalla riflessione della luce solare sull'intera superficie dell'acqua, e il secondo dipende da come sono fatti i nostri occhi.

La possibilità di liberare il proprio spirito immaginativo, prigioniero del caos e della confusione postmoderna, nel silenzio della notte o della sua stanza, è per Ivo, protagonista dell'ultima opera di Fellini, l'unica possibile soluzione all'estraneamento del progresso. Il potere immaginativo da lui invocato trova espressione proprio nella poetica del film felliniano, una lirica personale e soggettiva che si manifesta prendendo le distanze dalle luci abbaglianti e dai rumori confusionari del mondo esterno, nutrita dall'immaginazione propria dell'infanzia, come sottolineato dalla statua di Pinocchio e dal nomignolo, "pinocchio", con cui Salvini, protagonista del film *La voce della Luna*, è chiamato dalla nonna. L'immaginazione, «la più feconda e meravigliosa ritrovatrice de' rapporti e delle armonie le più nascoste» scrive Leopardi, su cui si sostiene la poesia, serve dunque a contrastare l'amarezza della vita e allo stesso tempo a nutrire la ragione alla ricerca della verità. Ivo rappresenta, in questo contesto, il filosofo come descritto da Leopardi: un filosofo che è alla ricerca della verità e utilizza la forza dell'immaginazione e della poesia. L'inseguimento della luna e della verità. La condizione di Ivo sembra essere quella di un privilegiato, un prescelto in grado di ascoltare la *voce della luna*, una voce che non deve necessariamente essere capita ma solo ascoltata con la forza dell'immaginazione.

Da un frammento di Giacomo Leopardi sulla *Luna*:

"Alceta – Odi, Melisso: io vo' contarti un sogno
 Di questa notte, che mi torna a mente
 In riveder la luna. Io me ne stava
 Alla finestra che risponde al prato,
 Guardando in alto: ed ecco all'improvviso
 Distaccasi la luna; e mi pareva
 Che quanto nel cader s'approssimava,
 Tanto crescesse al guardo; infin che venne
 A dar di colpo in mezzo al prato; ed era
 Grande quanto una secchia, e di scintille
 Vomitava una nebbia, che stridea
 Sì forte come quando un carbon vivo
 Nell'acqua immergi e spegni. Anzi a quel modo
 La luna, come ho detto, in mezzo al prato
 Si spegneva annerando a poco a poco,
 E ne fumavan l'erbe intorno intorno.
 Allor mirando in ciel, vidi rimaso
 Come un barlume, o un'orma, anzi una nicchia,
 Ond'ella fosse svelta; in cotal guisa,
 Ch'io n'agghiacciava; e ancor non m'assicuro.
 Melisso – E ben hai che temer, ce agevol cosa
 Fora cader la luna in sul tuo campo.
 Alceta – Chi sa? non veggiam noi spesso di state
 Cader le stelle?
 Melisso – Egli ci ha tante stelle,
 Che picciol danno è cader l'una o l'altra
 Di loro, e mille rimaner. Ma sola
 Ha questa luna in ciel, che da nessuno
 Cader fu vista mai se non in sogno".

Il primo a considerare in senso moderno l'immaginazione come strumento fondamentale per l'interpretazione dei dati empirici è stato un rigido professore prussiano: Immanuel Kant. Per Kant è proprio grazie alla mediazione rappresentativa dell'immaginazione che è possibile trasformare l'esperienza, ovvero interpretare il mondo reale e quindi cogliere la natura dinamica ed evolutiva dell'esperienza stessa. Dal confronto tra immaginazione e ragione nasce la creatività. Insomma l'immaginazione è l'anello intermedio tra sensibilità ed intelletto. Come la sensibilità ha per oggetto intuizioni; l'intelletto è in grado di operare una sintesi, che Kant chiama sintesi empirica, che prepara e prefigura la sintesi trascendentale operata dall'intelletto. Ogni attività mentale ogni sensazione - ogni sentimento ogni intuizione e memoria non potrebbero esistere senza un centro di coscienza senza un "Io" che ne percepisca il significato che ne comprenda il senso.

Il Caos delle e nelle emozioni

È con la nascita del cognitivismo e della scienza cognitiva che il discorso mentalistico ritorna al centro della scena. La scienza cognitiva che è lo studio interdisciplinare della mente integra discipline diverse come la filosofia, la psicologia, l'intelligenza artificiale, la neuroscienza, la linguistica e l'antropologia. Ogni attività mentale, ogni sensazione, ogni sentimento, ogni intuizione e memoria non potrebbero esistere senza un centro di coscienza, senza un "Io" che ne percepisca il significato, che ne comprenda il senso.

Secondo gli studi di Eugene Wigner, Nobel per la fisica 1963, mentre l'ippocampo ricorda i fatti nudi e crudi, l'amigdala ne trattiene il sapore emozionale. Ad esempio: nel caso in cui avessimo fatto un sorpasso rischioso tale da creare una certa paura, l'amigdala, da quel momento in poi, ogni qualvolta che, in qualche modo, ci si ritrova in circostanze simili, ci fa sentire ansiosi. L'ippocampo è fondamentale per esempio per riconoscere in un volto quello di tua suocera, ma è l'amigdala ad aggiungere che ti è proprio cordialmente antipatica. In un certo senso, abbiamo due cervelli, due menti e due diversi tipi di intelligenza: una razionale e una emotiva. Il nostro modo di comportarci nella vita è determinato da entrambe: non dipende solo dal quoziente dell'intelligenza, ma anche dall'intelligenza emotiva.

Ai giorni nostri, facendo ricorso a tecniche di visualizzazione strumentale delle aree cervicali, gli scienziati hanno dimostrato che le emozioni non sono affatto soggettive e intangibili ma hanno una collocazione fisica e sono chiaramente distinguibili nel cervello. Rabbia, felicità, tristezza e paura *colorano* la corteccia cerebrale in maniera univoca, ciascuna con una propria firma "cromatica" oltre che somatica. Il "cervello delle emozioni" è un organo ancora in gran parte misterioso e che suscita per questo grande interesse e curiosità. Nel linguaggio ordinario, quello della realtà quotidiana, si usano espressioni come "nel caso di circostanze avverse, il mio comportamento è sempre dettato dal cervello" oppure "in occasione di decisioni importanti, reagisce sempre con il cuore". Per agire o reagire con la mente, si vuole intendere un comportamento *razionale*, calcolato e ben adeguato alla situazione, deciso quindi da un cervello pensante. Al contrario, ciò che si fa sotto l'ispirazione del cuore, viene ritenuto impulsivo, spontaneo, privo di calcolo, ovvero *non ragionato*. Tutto vero? No. Tutto falso. Oggi, dato che tutti i neuroscienziati concordano nel considerare che ogni comportamento sia la espressione di una funzione cerebrale e che la "mente" stessa è la risultanza di un insieme opportunamente pesato di funzioni cerebrali, il *cuore* viene ufficialmente detronizzato dal suo ruolo di *regista sentimentale* delle grandi emozioni della vita. Si potrebbe dire paradossalmente che la falsa attribuzione è costituita da una svista anatomica e che, in realtà, il cosiddetto cuore è situato nella scatola cranica. Jung chiamò immaginazione attiva questo dialogo fra l'*Io* e l'*inconscio*: "Gli anni più importanti della mia vita furono quelli in cui inseguivo le mie immagini interne. In quegli anni si decise tutto ciò che era essenziale. Tutto cominciò allora. I dettagli successivi sono soltanto completamenti e chiarificazioni del mate-

riale che scaturì dall'inconscio, e che da principio sembrava mi travolgesse nelle sue onde. Fu esso però la materia prima di un lavoro che durò per tutta la vita". Ogni essere umano prima di noi ha conosciuto le esperienze primarie: nascita, morte, femminile, maschile, buio, luce, caldo freddo, costrutti arcaici che si declinano nella dialettica degli opposti e che hanno costellato, costellano e costelleranno il nostro vissuto comune. Jung chiama questi costrutti archetipi e il luogo dove essi sono depositati all'interno della psiche inconscio collettivo.

Si tratta di rappresentazioni collettive, o meglio possibilità innate di rappresentazione, quelle immagini cioè che la nostra mente forma automaticamente in risposta alle reazioni istintuali innate, comuni a tutto il genere umano.

L'archetipo non è un'immagine trasmessa in modo ereditario, ma si manifesta come *"possibilità di immagine"*, e sotto forma di simboli e miti i quali, oltre a rappresentare l'espressione della cultura umana fin dai primordi, sono contenuti all'interno dell'inconscio collettivo come punti di aggregazione e di energia, e come costrutti psichici inconsci nel vissuto profondo di ciascuno. In quest'ottica, il processo di crescita dell'individuo, chiamato da Jung processo di individuazione è da considerarsi come un percorso che, partendo dal momento della nascita, in cui l'individuo viene a contatto con la realtà esterna e si comincia a formare la persona, giunge fino alla realizzazione del sé, cioè al momento in cui tutti i contenuti consci, inconsci e archetipici si fondano nell'unicità più intima dell'individuo.

Jung in un seminario tenuto a Basilea nel 1934 dichiara:

"Se si riflette su ciò che la coscienza è realmente si è profondamente colpiti dal fatto meraviglioso che allo stesso tempo che un avvenimento ha luogo nel cosmo se ne crei internamente un'immagine - che esso - per così dire - abbia luogo anche interiormente cioè diventi cosciente".

Seguendo questa via dobbiamo certo arrivare a concludere che c'è effettivamente qualcosa di inconoscibile, e proprio per questo abbiamo bisogno di simboli: per poter almeno alludere ad esso. L'immaginazione simbolica assume su di sé responsabilità metafisiche. La chiarificazione del senso dei simboli ha bisogno di una conoscenza il più possibile approfondita delle immagini, delle loro possibilità di organizzazione, dei loro intrecci una conoscenza che possiamo acquisire passando al vaglio materiali attinti al mito, alla religione, al folklore, all'arte in genere.

Conclusioni

Poiché il caos regna spesso, soprattutto ai giorni nostri e a volte lascia poco spazio all'immaginazione e forse anche all'arte, Umberto Galimberti scrive in uno dei suoi ultimi lavori: "Oggi conosciamo la follia come eccesso della passione. Ne vediamo i sintomi e a volte ne prevediamo possibili scenari. Soprattutto nell'universo giovanile il caos delle emozioni veste gli abiti della freddezza e della razionalità, non lascia trasparire alcunché ed esplode in contesti insospettabili che nulla lasciano presagire e neppure sospettare. Il cuore non è in sintonia con il pensiero e il pensiero con il gesto. A questo punto il cuore si fa piatto, pronto a declinare nella voragine (signi-

ficato etimologico di caos) della depressione o della noia. E quando il caos emotivo si abbatte sul cuore. Tutto bene dunque? All'apparenza sì. A scuola in fondo non vanno male, col prossimo si sanno comportare, vestono bene, e con le maschere, che con estrema facilità indossano e sostituiscono l'allenamento sembra collaudato. Finchè alla fine tutto esplode: la compressione della razionalità mai dilita nell'emozione, che come un macigno comprime la vita emotiva e impedisce di mettersi in sintonia con il mondo, forma un caos che sotterra l'io, facendolo agire con gesti che la storia dell'uomo fa fatica a considerare come suoi". Tutto questo perché il cuore non è in sintonia con il pensiero e il pensiero con il comportamento, perché è fallita la comunicazione emotiva che prima di farci ragionare ci fa sentire e ci guida nel confine fra il mio io e quello degli altri, fra ciò che devo essere e ciò che immagino di diventare.

Bibliografia

- Bateson G., *Una sacra unità. Altri passi verso un'ecologia della mente*, Adelphi, Milano, 1997
- Bellone E., *I corpi e le cose*, Bruno Mondadori 2000
- Calvino I., *Le Cosmicomiche*, Einaudi, Torino, 1980
- Calvino I., *Palomar*, Einaudi, 1983
- Galimberti U., *L'ospite inquietante. Il nichilismo e i giovani*, Feltrinelli, Milano, 2008
- Goleman D., *Intelligenza emotiva*, BUR, Milano, 2001
- Hofstadter D.R., *Godel, Escher, Bach: un'Eterna Ghirlanda Brillante*, Adelphi Milano 1984 (1971)
- Kant I., *Critica della Ragion Pura*, Laterza, Roma-Bari, 1995
- Leopardi G., la Luna, *Frammento XXXVII*
- Maffei L., *Il mondo del cervello*, Edizioni Laterza, 1998
- C.G. Jung, *Simboli della trasformazione*, trad. it. di R. Rabo e L. Aurigemma, Torino, Boringhieri, 1976 e *Tipi psicologici*, trad. it. di C. Musatti e L. Aurigemma, Torino, Boringhieri, 1927
- Maturana H. R., *Cognitive strategies*, in E Morin, M. Piattelli Palmarini (a cura di) *L'unité de l'homme*, Seuil, Parigi, 1974
- Pacilio N., Coletti S., *Cervello e mente. Un problema che assilla l'uomo fino dai tempi delle antiche filosofie orientali e occidentali*, Numero 99 settembre 2007, Prometo, Mondadori, Milano
- Tagliagambe S., *Epistemologia del confine*, Il Saggiatore, Milano 1997
- Jung C.G., *L'applicabilità pratica dell'analisi dei sogni*, in *Realtà dell'anima*, trad. it. di P. Santarcangeli, Torino, Boringhieri, 1975

*Giorgio Aterno*

Caos e Ordine Giuridico

Giorgio Aterno

Entrato nella Magistratura contabile nel 1971, come Pubblico Ministero requirente, tra le istruttorie di cui si è occupato, può essere ricordata quella sulle frodi nella movimentazione dei prodotti petroliferi (c.d. 'Scandalo dei petroli') conclusa con sentenze definitive di condanna. A questa va aggiunta, anche per la sua delicatezza, quella sulle 'deviazioni' del S.I.S.M.I. in danno delle indagini della Magistratura penale sulla strage alla Stazione di Bologna per gli accertati negativi riflessi sull'Erario causati dai comportamenti illegittimi di alcuni appartenenti ai vertici di quel Servizio. Anche questo caso si è concluso con sentenza definitiva di condanna dei responsabili per danno erariale. Negli ultimi anni della sua carriera di magistrato è passato dalla funzione di requirente a quella di giudicante. Numerosi sono gli articoli pubblicati su riviste giuridiche in tema di giurisdizione amministrativa - contabile. È stato consulente giuridico dell'Alto Commissario per la lotta alla mafia e successivamente della Direzione Investigativa Antimafia. Come esperto nel Servizio Consultivo e Ispettivo Tributario (Se.c.i.t) ha effettuato ricerche e studi sui problemi della riscossione e sui sistemi di tutela del contribuente nei diversi paesi dell'U.E. Nel 1999 si è collocato a riposo da Consigliere della Corte dei conti.

Il Caos ai primordi dei rapporti umani.

Dal greco "**kaos**", "*Baratro*" definisce la situazione, lo stato, la sensazione di chi si trova davanti ad un fenomeno fisico o psichico che non rientrando in un ordine preesistente anche soggettivo può essere definito "*imprevedibile*".

Al nascere dei primi insediamenti umani non vi è organizzazione, ma non si può escludere che all'interno di nuclei raccolti in un territorio, davanti a bisogni elementari, non siano nati comportamenti istintivi improntati al rispetto di quella che oggi conosciamo come "*gerarchia*".

Ci può soccorrere l'analisi dei comportamenti nel mondo animale.

Sappiamo, ad esempio, dalla osservazione dei comportamenti del lupo che, all'interno di un branco, il capo sceglie per primo la parte migliore della preda senza che vi siano contestazioni se non all'inizio del decadere della sua supremazia gerarchica.

Ma siamo ancora ad uno stadio di azioni dettate dal mero istinto.

Consapevolezza progressiva del caos: la realtà.

Con la lenta, inesorabile, espansione dell'uomo sulla terra, e la conseguente moltiplicazione degli insediamenti, inevitabilmente, si sono sviluppati rapporti, interrelazioni di vario genere tra i diversi gruppi o comunità.

Possiamo, così, supporre che nelle comunità, nei gruppi organizzati, all'interno e tra di loro, se e in quanto legati da vincoli di varia natura, si siano avuti man mano comportamenti sempre più stabili nati da una osservazione più consapevole di una realtà, cioè dalla elementare necessità di assicurarsi una sopravvivenza in un ambiente ostile, intessendo rapporti con i consimili onde raggiungere uno "status" possibilmente meno conflittuale.

Risposta : nascita e sviluppo del momento giuridico.

Da qui la nascita delle prime società guidate da persone carismatiche in quanto dotate oltre che di forza fisica, di intelligenza e sapienza..

La prima raccolta organica che conosciamo ed alla quale è stata data la definizione di "Codice" è quella del re di Babilonia *Hammurabi* della prima dinastia (XVIII secolo a.C.) che regnò dal 1792 al 1750 circa a.C.

Contiene disposizioni di diritto pubblico e privato.

Si notano molte attinenze con le Tavole della Legge che il Signore diede a Mosè su monte Sinai.

Ecco alcune regole per quello che qui interessa .

- Non commettere rapina .
- Non spostare una pietra confinaria .
- Non frodare.
- Non concupire.
- Non desiderare la roba d'altri.
- Non rapire.
- Non si faccia falsa testimonianza.

Le regole di condotta e le sanzioni, sono rese pubbliche: da qui il concetto fondamentale della "conoscenza" della legge.

La pena ovvero la sanzione è quella della cosiddetta "*Legge del taglione*" posta anche dalla legge di Mosè . Il famoso "*occhio per occhio dente per dente*" come è conosciuta la legge del taglione costituisce l'essenza della pena. Si può notare un timido senso di "deterrenza" ed insieme il valore di un "*contrappasso*" o di una sorta di "*compensazione*" nell'intento di soddisfare, in tal modo, la vittima del danno.

Ora è importante sottolineare come questo sistema, che ai nostri occhi appare indubbiamente crudele, riveli la necessità di introdurre in una società di individui, nelle relazioni economiche, nei rapporti di convivenza, diritti, doveri, regole di comportamento sanzionati in funzione del grado di civiltà.

La stessa sanzione la troviamo nell'antico testamento, alle origini del diritto romano nella legge delle XII tavole, nell'antico diritto germanico.

Ciò sta a significare che nelle società primitive, per far fronte a relazioni tra individui, disordinate, violente, sono nate le prime regole con sanzioni dettate dalla opportunità, quando non dalla necessità, di contenere, se non eliminare, il ricorso alla vendetta o giustizia personale ed impedire così il perpetuarsi di con-

flitto di interessi ovvero di un **Caos** che riporterebbe quella società ai suoi primordi.

L'evoluzione dei costumi e del pensiero ha poi prodotto principi più raffinati.

Ad esempio, dinanzi al comando di "*non spostare una pietra confinaria*" del codice Hammurabi, la sapienza e il genio dei giureconsulti dell'antica Roma ha elaborato il "*actio finium regundorum*" che ancora oggi governa il rapporto incerto tra due fondi (v. art.950 del nostro codice civile).

Nelle società moderne essendo stato assimilato il concetto di ordinamento giuridico usiamo per rappresentare uno stato di **caos**, di disordine, il termine "*anarchia*" termine che ha in sé la radice e quindi la consapevole presenza del comando della legge, dell'ordine costituito ovvero dell'ordinamento giuridico.

Qui si vuol dire che il senso dell'ordine giuridico è ormai presente come conquista del genere umano anche in chi, individuo, popolo o ideologia, allo stesso si oppone nell'intento di annullarlo farneticando una società senza regole.

Possiamo allora affermare con Santi Romano: "*Ubi Societas ibi Jus*". Ma, attenzione, si è sostenuto anche che: "*Ubi Jus ibi Societas*".

A nostro avviso le due affermazioni sono compatibili.

Una "*Societas*" se vuole essere tale e non essere "**caos**" cioè disordine, vale a dire "*non essere*" deve produrre, generare un ordine, un sistema di regole, in altri termini darsi un ordinamento giuridico, uno "*Jus*". Per converso è l'ordinamento giuridico, lo "*Jus*" che regge la "*Societas*" la quale in sua assenza non potrebbe esistere, tornerebbe a "*non essere*".

Un ordinamento che venga meno alla sua finalità, governare la "*Societas*", cessa di esistere, non rappresenta, non interpreta più la "*Societas*", è espulso.

Quando i comandi giuridici non sono più ritenuti cogenti, condivisi, si ha una rivoluzione, violenta o pacifica non importa.

L'ordinamento non è riconosciuto come tale e quindi "*non è*". In sua assenza è "**caos**" e prima o poi sviluppa una "*Societas*" diversa da quella precedente e con un connubio naturale si ha un nuovo ordinamento, uno "*Jus*" diverso in grado di "reggere" la "*Societas*" che è emersa dal **Caos**.

Assistiamo, così, ad un "*divenire*" che, in una visione d'assieme, consente il raggiungimento di mete indubbiamente più civili anche se storicamente si sono registrati passi indietro spesso drammatici: "*la nostra età civilissima ha avuto il tragico privilegio- come disse Bergson morente a Parigi nel luglio del 1940 - di rivedere in carne e ossa l'uomo primitivo*" (devo la citazione ad un libro che mi è caro ed al suo autore Francesco Calasso, Medio Evo del Diritto - Giuffrè Milano 1954). In sintesi, nel bene e nel male, il diritto è un aspetto del mondo, della realtà che ci circonda.

Diritto naturale e diritto positivo.

Sul dualismo tra diritto naturale e diritto positivo la letteratura specializzata è immensa; qui si possono ricordare due grandi Maestri: Francesco Carnelutti e

Hans Kelsen.

Secondo il primo *"l'ordine dell'universo, in quanto guida la condotta dell'uomo, si chiama ordine etico o morale"*. Così *"chi ha vera esperienza della vita sa che la pace nella società è dovuta assai più alla morale che al diritto o che, almeno, in quanto sia dovuta al diritto, questo avviene perchè il diritto opera come **diritto naturale** assai più che per la sua vera efficacia di diritto positivo, ossia per la paura della sanzione"*. L'affermazione presuppone che *"la riduzione dell'economia all'etica si ottiene mediante una imposizione dell'etica all'economia mediante un castigo inflitto"* e quindi *"il diritto non è altro, in principio, che un'etica artificialmente imposta o rafforzata"*. (pagg. 17- 22 , Teoria generale del diritto 1951 Soc. ed. del "Foro Italiano " Roma)

Appare chiaro come alla base di questa posizione dottrinarica vi sia una idea metafisica del diritto : al di sopra del diritto positivo imperfetto vi è un diritto naturale che è perfetto, perchè è assolutamente giusto.

Kelsen (Teoria generale del diritto e dello Stato, Edizioni di Comunità 1963) sottopone la dottrina giusnaturalistica ad una severa critica (v. pagg. 8-23) : quando a sostegno del diritto naturale si richiama il principio *"suum cuique"* a ciascuno il suo non si stabilisce quale sia il "suo di ognuno". Analogamente per l'imperativo categorico Kantiano atteso che *"non dice quali siano i principi che si dovrebbero volere come vincolanti per tutti"* .

Pertanto, sostiene il Kelsen, in concreto esistono solo interessi in conflitto o contrapposti che l'ordinamento deve comporre attraverso strumenti normativi riconosciuti validi in quanto utili quanto meno a ridurre fisiologicamente gli scontri

Già da qualche millennio la civiltà giuridica romana aveva rinvenuto nel fine *"Ne cives ad arma venient"* l' essenza vitale di ogni ordine giuridico.

Insussistenza di un vuoto nell'ordine giuridico.

Un ordinamento giuridico in quanto tale costituisce un sistema completo nel senso che non richiede apporti esterni per essere, ha in se stesso tutti gli elementi per funzionare altrimenti, come già detto, *"non è"*. In altri termini, rapporti, situazioni , interessi, qualunque sia la loro natura, trovano in esso una statuizione o attraverso norme espresse o con il ricorso alla interpretazione giuridica, in modo tale che non si ha alcuna fattispecie che non possa essere ricondotta nella legalità. Le Costituzioni sono il fondamento dell'ordinamento giuridico senza il quale non esiste uno Stato moderno. In esse , direi, vi sono *le cellule staminali* dell'ordinamento. Prendiamo ad esempio la nostra Carta costituzionale, essa detta principi che hanno la funzione di parametro per misurare l'adeguatezza di un comando, di una legge ai valori della *"Societas"* che l'ha espressa , ma nello stesso tempo è stata costruita da nostri Padri fondatori in modo tale che possa essere sempre viva e vitale perchè sempre in grado di rispondere a bisogni, a interessi nuovi.

Valga il richiamo alle disposizioni dell'art. 138 e ai meccanismi ivi previsti di "

revisione “, cioè di adattamento ovvero di modifica dell’ordinamento ed alle applicazioni che della disposizione si sono avute dalla sua nascita. Un vuoto, ovvero un’assenza di norma giuridica non può sussistere poichè l’ordinamento inteso anche come scienza ha in se stesso gli strumenti per intervenire : si pensi ai profondi cambiamenti avvenuti nel diritto di famiglia con riflessi anche nel diritto penale.

Gli interventi del Legistore in questo campo hanno colmato lacune ed eliminato disparità di trattamento proprio alla luce dei principi costituzionali superando una legislazione o parti di essa che derivavano dal precedente regime costituzionale.

Ordine giuridico ed economia.

Il rapporto vede l’ordine giuridico come regola della economia.

Molti dei problemi politici, sociali ed economici nel mondo che rendono tristi i nostri giorni hanno una radice nella inadeguatezza della risposta giuridica a questi fenomeni.

Purtroppo non si ricorre alle regole, agli accordi internazionali, alle convenzioni, ai trattati, strumenti prodotti dalla scienza giuridica per risolvere le controversie tra Stati.

La c.d. globalizzazione stenta ad essere condotta entro principi giuridici condivisi, diffusi: basti pensare alla tutela delle donne, dei lavoratori, dei minori in Paesi con i quali però si intrattengono rapporti non solo commerciali .

Vi è stato chi partendo dalla solidarietà e dal conflitto di interessi (Carnelutti, v. op. cit) ha affermato che “*lo scopo del diritto consiste nel ridurre all’etica l’economia* “. L’acquisto di beni ,di utilità ai primordi del genere umano non era certo consensuale; il loro possesso non era riconosciuto pacificamente. Il conflitto di interessi che , si noti , può anche avere una natura non economica, presuppone da una parte una *pretesa* e dall’altra una *resistenza* che si traduce in una lite la quale, in assenza di una regolamentazione giuridica, comporta un contrasto con atti e tra persone che può finire anche tragicamente quando non causa una “*faida* “perenne (anche, purtroppo, tra popoli!) a seconda dell’oggetto, della natura del contrasto e dei contendenti.

I divieti del Codice Hammurabi, delle Tavole di Mosè, della legge delle XII tavole erano mossi da questa esigenza, da una motivazione elementare e semplice, comporre i contrasti, eliminare o ridurre le cause di lite, assicurare, così facendo, la sicurezza dell’avvenuto scambio e perciò del possesso, diremmo oggi : la certezza del diritto.

Il progresso della civiltà umana ha prodotto strumenti giuridici sempre più perfetti per comporre interessi contrapposti . Si pensi alle regole del commercio interno e internazionale, alle assicurazioni , alle società per azioni, al diritto di famiglia e via discorrendo.

Vedremo, però, alla fine di questo percorso, come il rapporto ordine giuridico-caos sia in una relazione di perenne divenire.

La legislazione , la legge , il suo valore , la sua efficacia.

Per "Legislazione" si intende un determinato processo produttivo di regole giuridiche per specifici settori (Lavoro, Sicurezza, Istruzione, Sanità ecc), indica un momento nel quale una "Societas" riflette sul suo presente e, con uno sguardo al futuro, valuta i bisogni , gli interessi, individua i problemi che devono essere risolti per assicurare ai suoi componenti e quindi a se stessa una continuazione alla luce dei motivi , delle regole , dei principi dai quali è nata.

Da qui la presentazione di leggi e il procedimento complesso per giungere ad una loro approvazione. Va da sè che l'intento è quello di interpretare correttamente le istanze, i bisogni , gli interessi , le aspettative del corpo sociale al quale in un regime democratico è affidato il giudizio sul valore e sulla efficacia del prodotto-legge che è stato realizzato. Il giudizio se negativo, può produrre la sanzione di una delegittimazione della classe politica che ha male valutato il presente e il futuro offrendo un prodotto non idoneo. Se l'errore di valutazione non è grave, un ricambio di classe può costituire un rimedio efficace e, come accade di solito, ordinamento può superare la prova continuando a sussistere, ma se il distacco dalla realtà è tale che anche il rinnovamento non è sufficiente, si crea il **Caos** .

Alla scomparsa di un sistema ordinato si ha un periodo di estrema confusione, se non di violenza.

Chi è nato prima degli anni quaranta ha ben presente nella memoria la situazione nella quale si venne a trovare l' Italia dopo l'8 settembre del 1943, ricordo ciò a prescindere da ogni giudizio sui fatti storici ma solo in ossequio ad un elementare rispetto della realtà a riprova di quanto stiamo sostenendo.

Ciò è la prova provata che la caduta di un ordine giuridico produce nell'immediato una situazione caotica , di violenza, di sopraffazione, di disgregazione del tessuto sociale, fino a quando con una non più procrastinabile assunzione di regole, di comandi giuridici che siano una risposta al precedente "**Caos**", si ha un nuovo ordinamento giuridico.

Conclusione. Ordine giuridico e fine del caos: Utopia?

L'affermazione del concetto di ordinamento giuridico e della scienza giuridica può portare alla affermazione della "fine "del **Caos** essendo venute meno le ragioni che lo possono produrre? Una risposta positiva è vera solo su di un piano teorico.

Nella realtà assistiamo, esempi anche recenti non mancano (vedi la dissoluzione della Jugoslavia e la crisi dei Balcani), a cadute magari non violente, o repentine, di ordinamenti giuridici e al conseguente sopraggiungere del **Caos**, magari per gradi, con segnali e sintomi non sempre avvertiti al loro insorgere.

Nel mondo della fisica è stato superato il concetto antico di **Caos** come assenza di ordine; oggi il concetto di disordine è inteso come complessità, al punto, si dice, da non poter essere percepito e compreso dalla ragione umana.

Questo stato di crisi segna anche le Società moderne, ma di questo stato la mente umana è consapevole e ciò si riflette anche su di un piano intellettuale.

Allora se la ragione “*dorme*” l’istinto di sopravvivenza, bagaglio ancestrale dell’Uomo, impone una risposta per superare la crisi.

Anche l’ordinamento giuridico come costruzione di una società di umani può entrare in crisi al pari di ogni altro prodotto dell’uomo, ma la sua crisi è o sarà di contenuti e non di metodo.

La scienza giuridica, al pari della filosofia e delle altre scienze, come prodotto del pensiero dell’ Uomo, è lo strumento **indispensabile** per rispondere ai problemi del vivere.

Il “*caos*” può sempre insorgere, ma credere nel diritto come dimostra la storia, non è utopia.

La perfezione anche nel campo delle leggi non è raggiungibile, ma al pari della stella polare è indispensabile per guidare il cammino dell’umanità.



Maria Grazia Dardanelli

Arte e Scienza a scuola: insegnare e trasmettere competenza

Maria Grazia Dardanelli
Preside dell'istituto ISA Roma 2

Introduzione.

L'Istituto Statale d'Arte e Liceo Artistico Roma 2, unico in Italia per la decorazione e l'arredo della chiesa, da circa quarant'anni è presente sul territorio laziale. La sua attività è continua tanto da vederlo sempre attento alle esigenze di formazione necessarie alla produzione, valorizzazione e tutela del patrimonio artistico e culturale della città. Tale patrimonio rappresenta una realtà tuttora sottovalutata per quanto riguarda le possibilità di occupazione ed è stimolante il percorso da compiere per arrivare ad una formazione rivolta alle sempre più impellenti necessità di produzione, sviluppo e tutela nel campo artistico.

L'Istituto è caratterizzato dall'integrazione tra preparazione storico-umanistica e conoscenze tecniche ed artistiche ben qualificate, cercando un continuo riscontro nella realtà e nel mondo del lavoro: una struttura aperta agli stimoli culturali del territorio e con la voglia di andare oltre il concetto tradizionale dell'istruzione. L'Istituto d'Arte ed il Liceo Artistico insieme sono scuole in cui la preparazione culturale, data dalle materie umanistiche e scientifiche, è costante sostegno della ricerca, della progettazione e delle esperienze grafiche e pratiche che si portano avanti nelle attività di laboratorio. L'Istituto infatti dispone di laboratori attrezzati secondo le più recenti normative, di una biblioteca, di un'aula per l'uso dei sussidi audiovisivi, di un laboratorio di informatica, di un'ampia ed attrezzata palestra, di un'aula magna utilizzabile per spettacoli e proiezioni. La collaborazione aperta tra il disegno ed il laboratorio crea un collegamento didattico che, attraverso la verifica delle proposte progettuali con le tecniche ed i materiali specifici, porta gli allievi ad acquisire particolari capacità nell'uso delle attrezzature e dei materiali prescelti.

Formarsi attraverso il connubio di Arte e Scienza.

L'attività didattica dell'ISA Roma 2 è caratterizzata, sia nel Corso "Ordinamentale" che nel Corso "Michelangelo", da cinque Sezioni Artistiche o indirizzi dell'Area Compositiva: Decorazione Pittorica, Decorazione Plastica, Architettura e Arredamento, Arte dell'Oreficeria e dei Metalli, Arte del Tessuto/Moda e Costume. I Corsi "Ordinamentali" si articolano in un Triennio al termine del quale gli allievi sostengono gli esami di qualifica di Maestro d'Arte ed un successivo Biennio al termine del quale conseguono il Diploma di Esame di Stato in "Arte Applicata".

L'insegnamento dell'Arte nel nostro Istituto è di pertinenza a: l'attitudine ad un lavoro sistematico di progettazione e di confronto fra idee creative; il potenziamento delle capacità artistiche, grazie all'acquisizione della consapevolezza delle correlazioni esistenti tra attività pratiche ed implicazioni teoriche; lo

sviluppo culturale, mediante l'acquisizione della consapevolezza dell'apporto che l'arte dà alla conoscenza sia della natura sia delle applicazioni tecnologiche conseguenti all'evoluzione della disciplina stessa; la formazione di una capacità critica nei confronti di informazioni, opinioni, giudizi su fatti o fenomeni inquadrabili nel mondo dell'arte e della scienza.

I nostri studenti uscendo dall'Istituto infatti possiedono conoscenze di base su proprietà, composizione, struttura e trasformazione della materia e dei materiali di utilizzo artistico; comprendono, utilizzano e applicano il linguaggio artistico; approfondiscono tematiche che interessano produzione, conservazione e restauro di opere artistiche.

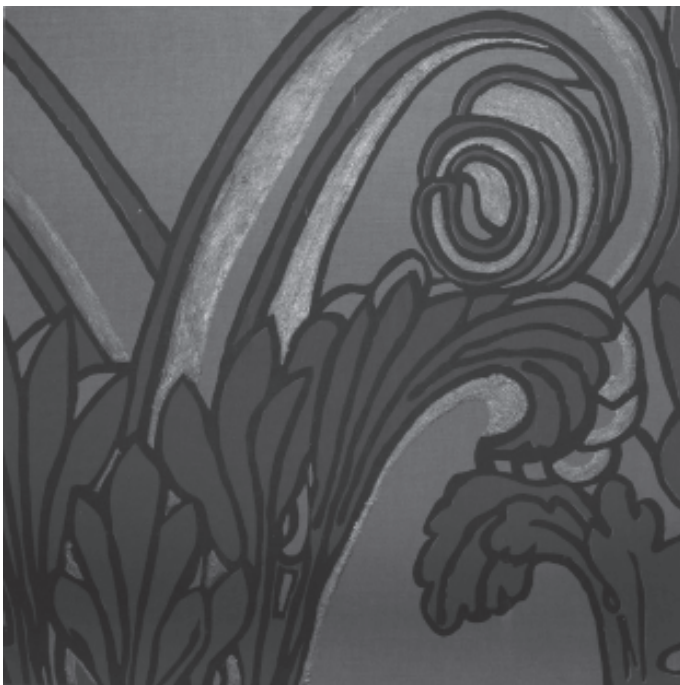
È necessario ed indispensabile per sviluppare i caratteri formativi della disciplina artistica far emergere le strutture concettuali e metodologiche e le tecniche di indagine (nell'attività di laboratorio) che sono tipiche della disciplina stessa. Emerge l'importanza di un continuo riferimento al mondo reale ed all'esperienza quotidiana per sviluppare con gradualità i modelli interpretativi dei più comuni fenomeni artistici connessi anche alla scienza. Il computer di supporto e la fotografia digitale diventano anch'essi strumenti indispensabili per la realizzazione di progetti artistici all'avanguardia.

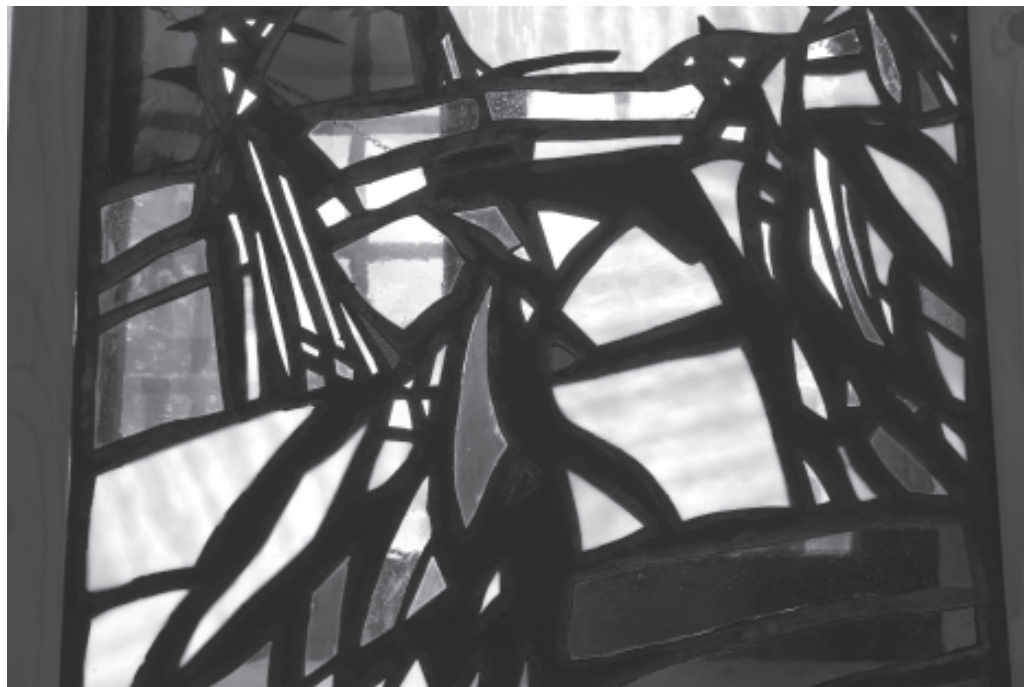
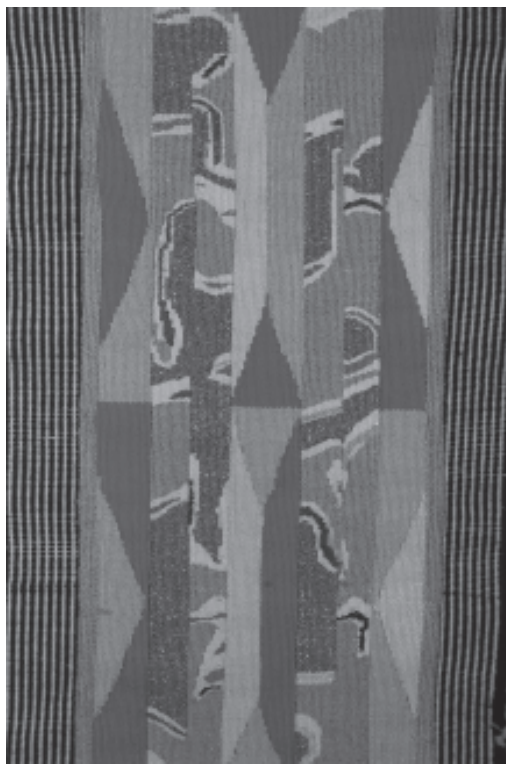
L'importanza dell'arte nella vita.

L'importanza dell'arte nella vita è un assunto sempre più familiare nel mondo della scuola. L'opera d'arte riassume pienamente sul piano simbolico le tematiche e la rappresentazione della realtà che l'artista - scienziato ancora studente vuole esprimere; essa si espande in valenze espressive originali e dinamiche nella conquista di una importante dimensione nella conoscenza. In questo modo diventa vitale iniziare o continuare a riflettere sulla vita dell'arte: come espressività concettuale, come semplice elemento della quotidianità, oppure come tavolozza di una e tante vite riflesse.

Alcune opere artistiche.

Di seguito si riportano alcune delle opere realizzate dagli studenti e professori dell'ISA Roma 2: mosaici, pitture, ceramiche, realizzazioni per arredo e altro esposti nella Mostra a Monte Compatri.





Si ringrazia per il patrocinio:



Notizie in... Controluce

<www.controluce.it>

Via Carlo Felici 18/20 - 00040 Monte Compatri

Tel 3392437079 / 3381490935 - Fax 0694789071



Associazione Culturale
del TSN Roma2



Associazione Culturale
Photo Club Controluce



REGIONE LAZIO

Assessorato alla Cultura, Spettacolo e Sport



**PROVINCIA
DI ROMA**



**Parco dei
Castelli
Romani**

Stampato da: Universal Book di Mario Manna & C. snc

Via Botticelli, 22 - 87036 Rende CS

Tel/Fax 0984 408929

Prima edizione novembre 2008



Arte Enciclopedia Scienza



Euro 10,00

